



北京大学

博士生毕业论文

题目： 用射电脉冲星检验时空的
基本对称性

姓 名： 邵立晶

学 号： 1001110054

院 系： 物理学院

专 业： 理论物理

研究方向： 粒子理论

导 师： 马伯强 教授

Prof. Dr. Michael Kramer

Dr. Norbert Wex

二〇一五年五月

版权声明

任何收存和保管本论文各种版本的单位和个人，未经本论文作者同意，不得将本论文转借他人，亦不得随意复制、抄录、拍照或以任何方式传播。否则一旦引起有碍作者著作权之问题，将可能承担法律责任。

摘要

在大自然的四种基本相互作用中，引力是我们最早进行科学地系统地研究的相互作用力 [1]，但她却也可能是我们至今理解得最不透彻的相互作用力¹。举个例子来说，引力常数 G 作为一个自然界中最基本的常数之一，在实验上它的测量精度现在只能勉强精确到第五位有效数字 [3]；相对地，电磁相互作用中的精细结构常数 $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ 却已能精确测量到第 11 位有效数字 [2]。

在现代物理框架中，引力理论由爱因斯坦的广义相对论（General Relativity; GR）描述。但广义相对论在描述奇点处的引力行为时会失效，且在试图把它拓展到量子物理领域时仍旧存在着基本的困难——我们还缺少一套最终的自洽的量子引力理论（Theory of Quantum Gravity）。寻找量子引力的来自理论上的支持与实验观测上的表现，是现代基础物理学研究的热门课题 [4]。根据量子引力理论的候选模型和其它替代的引力理论（如弦论、圈量子引力等）的预言，引力相互作用中可能存在着基本的时空对称性的破坏——如，四维时空中的洛伦兹对称性的破坏 [5, 6]。对于时空的洛伦兹对称性破坏的实验上的研究，根据其研究的对象类型，大致可分为**物质**（相对应于平直时空中的粒子物理的标准模型）与**引力**（相对应于弯曲时空中的广义相对论）两大类。本论文着重讨论后者中的洛伦兹对称性破缺。倘若这样的时空对称性破坏真的存在，引力实验将可能依赖于实验室的位置（引力相互作用中的局域位置不变性的破坏）与速度（引力相互作用中的局域洛伦兹不变性的破坏）。从实验的角度出发，由于引力与物质的耦合极其弱，想要从观测上研究其特点，十分具有挑战性。

现有的两套模型无关地描述引力中洛伦兹对称性破坏的理论框架是“参数化的后牛顿框架”（Parameterized post-Newtonian formalism; PPN formalism） [7, 8] 和“标准模型拓展”（Standard-model extension; SME） [9, 10, 11, 12]。PPN 框架

¹ 四种基本相互作用分别是引力相互作用、电磁相互作用、强相互作用和弱相互作用 [2]。

以时空度规 $g_{\mu\nu}$ 对物质能动量分布的依赖关系为最基本的出发点，在相对于牛顿理论的领头阶的修正上，引入了普遍的引力理论偏离广义相对论的可能情况，用 PPN 参数来进行描述 [13, 14, 15]。当要求在相应的展开阶上物质与引力的能动量守恒后，PPN 参数 α_1 和 α_2 描述时空的局域洛伦兹对称性的破坏；另外，PPN 参数 ξ 描述时空的局域位置不变性的破坏。在 SME 框架中，最基本的出发点是引力相互作用的有效拉格朗日密度 $\mathcal{L}_{\text{gravity}}$ 。如果只考虑质量量纲小于等于 4 的有效相互作用算符，那么，对于可观测效应来说，SME 中所引入的张量场 $s^{\mu\nu}$ 通过张量场的对称性自发破缺获得的真空期望值（类似于粒子物理的标准模型中的 Higgs 机制 [16, 17]），记为 $\bar{s}^{\mu\nu}$ ，描述了引力相互作用中对牛顿引力理论修正的领头阶的所有可观测效应。

由于引力与物质的耦合极其弱，实验上来说，我们需要非常精准的测量方法来探索引力理论在高阶上对广义相对论的偏离，如 PPN 框架中的 α_1 、 α_2 、 ξ 等参数和 SME 框架中张量场的真空期望值矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 。脉冲星由于其本身规则自转转动的极端稳定性和用地球上的大型射电望远镜来观测它的脉冲轮廓的极端精确性，以及脉冲星本身（和脉冲星双星系统的轨道尺度）的相对论性和紧致性（compactness），而成为了引力理论检验的绝佳“实验室” [18, 19, 20]。本文详细讨论了采用射电脉冲星的脉冲星计时技术以及对单个脉冲星的脉冲轮廓观测手段，结合其它波段的观测（如对脉冲星 γ -射线波段的观测、以及光学波段对脉冲星双星中的白矮星伴星的观测），来限制前面所提到的 PPN 参数 [21, 22, 23] 和 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 矩阵 [24, 25]。

PPN 框架 采用轨道微扰的计算，我们发现对于近圆（轨道椭率 $e \ll 1$ ）的双星轨道而言，PPN 参数 α_1 和 α_2 的物理效应相互独立，可以分开来进行研究 [26, 21]。其中 α_1 的效果是使得双星轨道的椭率向量（eccentricity vector；定义为 $\mathbf{e} \equiv e\hat{\mathbf{a}}$ ）产生“轨道极化”（orbital polarization）的现象，从而可通过对椭率向量 $\mathbf{e}(t)$ 随时间的演化的观测研究中得到限制 [26, 21]； α_2 的效果是使得双星轨道的角动量绕着某一固定方向进动，从而可通过对投影到视线方向的半主轴（定义为 $x \equiv a \sin i/c$ ）随时间的变化的测量进行限制 [21]。对于单个的脉冲星而言， α_2 会使得其自转方向绕其相对于优先参考系的“绝对速度”方向进动 [27, 22]，而 ξ 会使得其自转方向绕其“绝对加速度”方向进动 [27, 23]。这两种进动都会导致脉冲星的辐射束的方向与我们观测它的视线方向的相对角度产生随时间的变化，从

而使得观测到的脉冲轮廓随时间而变化。使用长期的脉冲轮廓观测可以来研究这种进动的情况，进而限制 α_2 和 ξ 的大小 [22, 23]。通过我们一系列的详细分析的工作，PPN 参数 α_1 、 α_2 、 ξ 的限制精度都有了质的提高，迄今为止最强的限制都由脉冲星的观测数据得到 [14]。

SME 框架 在 SME 框架中，对称无迹的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 矩阵有九个独立的自由度，会产生类似于 PPN 框架中 α_1 和 α_2 的观测现象。但由于 SME 框架中并不存在一个各向同性的优先参考系，所以参数的自由度更多，运动学情况更加复杂 [10]。我们利用 11 颗计时精准的脉冲星双星系统和 2 颗脉冲轮廓观测精确的脉冲星单星系统，形成了一个“脉冲星阵列”，对 SME 中描述引力洛伦兹对称性破坏的张量真空期望值矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 做了全局化的限制。详细计算和蒙特·卡罗模拟的结果给出了洛伦兹对称性破坏矩阵中八个自由度的全新限制 [24]。这是第一次利用脉冲星计时实验检验 SME 框架中引力的洛伦兹对称性，所得结果比原先的月球测距实验 [28] 与冷原子干涉仪实验 [29, 30] 所得的结果有了量级上的提高。在一般前提下， $\bar{s}^{\mu\nu}$ 矩阵中尚存在一个分量 \bar{s}^{TT} 不能通过上述三类实验得到限制。经过详细的分析，我们采用脉冲星双星系统自身的整体速度的“推促”（boost）效应，将该分量混合到其它的分量中，从而给出了非常强、非常可靠的对 \bar{s}^{TT} 的限制 [24]，比先前 Gravity Probe B 空间卫星实验给出的限制 [31] 有了量级上的提高。通过我们这一系列的工作，迄今为止 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 矩阵中的所有九个自由度的最强限制都由脉冲星观测数据得到 [32]。

以上研究结果从实验的角度表明，在很高的精度上，引力相互作用中不存在洛伦兹对称性的破坏和局域位置不变性的破坏。爱因斯坦的广义相对论提出 100 年之后 [33]，仍旧是描述引力行为的最精确的理论 [34]。但鉴于引力是自然界最重要最基本的相互作用之一，人们将持续对它进行更深入、更精准、更全面的检验 [13, 15]。

在未来，特别是在国内贵州省的 500 米口径球面射电望远镜（Five-hundred-meter Aperture Spherical Telescope; FAST） [35] 和国际上的大型科学合作项目“平方公里阵”（Square Kilometre Array; SKA） [36] 等大型射电望远镜投入运行观测之后，本论文所讨论的新方法能有更好的应用前景，脉冲星系统能够对引力相互作用中是否存在时空对称性的破坏这个课题做出更进一步的探索 [37, 20]。

关键词：射电脉冲星，引力，时空对称性

Testing Spacetime Symmetries with Radio Pulsars

Lijing Shao (Theoretical Physics)

Directed by Prof. Dr. Bo-Qiang Ma, Prof. Dr. Michael Kramer, and
Dr. Norbert Wex

Abstract

Among the four fundamental interactions in the Nature, *GRAVITY*, though as the first that was systematically investigated in history [1], is probably the most enigmatic one.² Einstein's general relativity (GR) is the currently mostly condensed wisdom in describing gravity. It has passed all experimental examinations for 100 years (since 1915) with flying colours [13, 14, 15]. However, besides current puzzles on the nature of dark matter and dark energy, there exist singularities that cannot be fully described by GR, and fundamental difficulties in combining GR and quantum principles [38, 39]. A full theory of *quantum gravity* may settle the issues, but such a theory is still missing [4]. Some models of quantum gravity, as well as other alternative gravity theories, suggest the possibility of breaking local Lorentz invariance in the gravitational interaction [13, 5, 6]. This possibility lately raises enormous interests for both theorists and experimenters in the gravity community (for examples, see vector-metric theories [7, 13], Einstein-Æther theories [40], TeVeS theories [41, 42, 43], and Hořava-Lifshitz gravity [44, 45]).

² The four fundamental interactions are gravitational interaction, electromagnetic interaction, strong interaction, and weak interaction [2].

In this thesis, I will review a series of new tests of local Lorentz invariance (LLI) [21, 22, 24, 25] and local position invariance (LPI) [23] of gravity in two generic theoretical frameworks, namely, the parametrized post-Newtonian (PPN) framework [7, 8, 13, 14] and the pure gravity sector in the standard-model extension (SME) including operators with mass dimensions no more than four [9, 10]. The PPN and SME frameworks describe generic deviations from GR in systematic ways, thus providing superb frameworks for phenomenological studies of spacetime symmetry breaking. In our tests, we used radio pulsars, as extremely accurate celestial clocks, to constrain various parameters describing the property of spacetime symmetry breaking.

The PPN Framework. It starts from a general metric form that incorporates many possible ways to deviate from GR. These deviations are characterized by the PPN parameters, which were introduced as the coefficients of various matter potentials in the metric $g^{\mu\nu}$ [13, 14]. Different PPN parameters describe different physical aspects of the gravity interaction, while their values can be computed within specific alternative gravity theories. For semi-conservative gravity theories, the PPN parameters for the LLI violation are α_1 and α_2 (in GR, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$). For nearly circular binary orbits, the effects from α_1 and α_2 can be separated [26, 21], where α_1 introduces the phenomenon of “orbital polarization” [26] while α_2 introduces a precession of the orbital angular momentum [21]. Both phenomena were constrained by accurate timing of binary pulsars [21], especially that the robust constraint of α_1 from the neutron star – white dwarf system, PSR J1738+0333 [46], constitutes an improvement factor of five over the previous best limit from Lunar Laser Ranging [47]. For solitary pulsars, the α_2 parameter introduces a precession of the spinning axis of a pulsar around its “absolute velocity” with respect to a preferred frame (for example, the isotropic CMB frame). Such a precession will change our line of sight in cutting its radiating beam, thereby changing the observed pulse profile as a function of time. Utilizing the long-term observations of solitary pulsars PSRs B1937+21 and J1744–1134, conducted at the Effelsberg radio telescope (Bonn, Germany), we derived a tight constraint of α_2 that is two orders of magni-

tude better than the previous best limit [22]. The PPN parameter ξ , that describes the LPI violation (in GR, $\xi = 0$), introduces an analogous phenomenon as that of α_2 , therefore it was constrained by solitary pulsars as well [23], and the limit from radio pulsars surpasses the previous published limit [48] by five orders of magnitude.

The SME Framework. While the PPN formalism is a generic framework that starts with parametrizing the spacetime metric, there exists another generic framework, called the standard-model extension (SME), which roots in effective field theories [49, 50, 9] with the least action principle. In the pure gravity sector of SME investigated in Ref. [10], the leading-order observational phenomena of LLI violation are characterized by a spacetime-condensed tensor field, $\bar{s}^{\mu\nu}$, whose vacuum expectation values were resulted from spontaneous symmetry breaking [9, 51] (in GR, $\bar{s}^{\mu\nu} = 0$). In total there are nine degrees of freedom encoded in $\bar{s}^{\mu\nu}$. Because in SME there lacks a preferred frame where LLI violation is isotropic, the orbital dynamics of binary pulsars and spin evolution of solitary pulsars are controlled by linear combinations of the components of $\bar{s}^{\mu\nu}$ [10, 24]. Recently, I used published observations from eleven binary pulsars and two solitary pulsars, and achieved globally systematic constraints on $\bar{s}^{\mu\nu}$ [24]. Eight degrees of freedom of $\bar{s}^{\mu\nu}$ were limited to very high precision, improving previous limits from Lunar Laser Ranging [28] and atom interferometry [29, 30] by orders of magnitude. The remaining degree of freedom, \bar{s}^{TT} , in general does not enter the dynamics of these three experiments. Nevertheless, by using the boost of binary pulsars with respect to the Solar System, I succeeded to constrain \bar{s}^{TT} with three neutron star – white dwarf binaries [25], where the limit is robust and surpasses the previous best limit from Gravity Probe B [31] by a factor of 500.

In summary, I review in detail the background of testing spacetime symmetries, especially our several newly proposed tests of LLI violation and LPI violation in gravity with radio pulsars. Through careful analysis with real data from pulsar timing observations, the generic parameters in PPN and SME frameworks were constrained tightly. New limits surpass previous limits by orders of magnitude, and are more promising to be improved further in the future with upcoming giant

radio telescopes like the FAST telescope and the SKA [37]. The tests of spacetime symmetries contribute to empirical supports of GR, and reinforce the confidence in using GR as the correct theory in describing gravity in other areas.

Keywords: Radio Pulsars, Gravitation, Spacetime Symmetries

目录

绪言	1
第一章 脉冲星与脉冲星计时	5
1.1 脉冲星	5
1.2 脉冲星计时	6
1.2.1 脉冲星双星的计时观测	8
1.2.2 脉冲星计时残差	11
第二章 双星轨道运动	13
2.1 图册与坐标系	13
2.2 开普勒轨道	14
2.3 二体运动的 Damour-Deruelle 解	16
2.3.1 脉冲星计时模型	17
2.3.2 后开普勒参数	18
2.4 轨道运动的微扰方法	20
第三章 参数化的后牛顿框架	23
3.1 后牛顿展开	24
3.2 度规	25
3.3 物质与引力势	25
3.4 PPN 参数	27
3.5 拉格朗日量	27

第四章 脉冲星检验 PPN 框架	31
4.1 先前的限制	31
4.2 α_1 和脉冲星双星的“轨道极化”	33
4.2.1 理论分析	33
4.2.2 脉冲星双星系统	37
4.2.3 实验限制	39
4.3 α_2 和单脉冲星的自旋进动	43
4.3.1 理论分析	44
4.3.2 脉冲星系统与数据分析	46
4.3.3 实验限制	50
4.4 ξ 和单脉冲星的自转进动	52
4.4.1 理论分析	53
4.4.2 实验检验	55
第五章 标准模型拓展	59
5.1 标准模型与广义相对论	61
5.1.1 广义相对论简介	61
5.1.2 标准模型简介	61
5.2 SME 概览	62
5.2.1 粒子物理中的洛伦兹破坏	63
5.2.2 引力中的洛伦兹破坏	63
5.2.3 交叉项	64
5.3 黎曼空间中洛伦兹破坏的引力理论	65
5.3.1 后牛顿近似	66
5.3.2 与 PPN 框架的比较	68
第六章 脉冲星检验 SME 框架	71
6.1 SME 坐标系与坐标变换	71
6.2 理论分析	74
6.2.1 单星的自转演化	74
6.2.2 双星系统的轨道动力学	75

6.3	脉冲星系统简介	77
6.4	SME 框架的统一检验	82
6.5	\bar{s}^{TT} 分量的检验	85
6.5.1	脉冲星空间运动与“推促”效应	86
6.5.2	实验检验	88
第七章	关于用脉冲星检验时空对称性的讨论与展望	95
7.1	强引力场效应	96
7.2	引力检验改进速度	97
7.3	展望: FAST 和 SKA	98
	个人简历	125
	发表文章列表	127
	致谢	131

绪言

“有物混成，先天地生。寂兮寥兮，独立而不改，周行而不殆，可以为天下母。吾不知其名，强字之曰道，强为之名曰‘大’。大曰逝，逝曰远，远曰反。故道大，天大，地大，人亦大。域中有四大，而人居其一焉。人法地，地法天，天法道，道法自然。”

——老子，《道德经·第二十五章》

“道生一，一生二，二生三，三生万物。”

——老子，《道德经·第四十二章》

零

1:1 起初，神创造天地。

1:2 地是空虚混沌。渊面黑暗。神的灵运行在水面上。

1:3 神说，要有光，就有了光。

1:4 神看光是好的，就把光暗分开了。

.....

——《圣经·创世纪》

“THERE IS NO ROYAL ROAD TO GEOMETRY.”

托勒密王问欧几里得说，除了他的《几何原本》之外，还有没有其他学习几何的捷径。欧几里得回答道：“在几何里，没有专门为国王铺设的大道。”

——取自 Proclus, 《几何学发展概要》，约公元 450 年³

³ Proclus 是雅典柏拉图学园晚期的导师，《几何学发展概要》是他为《几何原本》作的注。

“此书为益，能令学理者祛其浮气，练其精心；学事者资其定法，发其巧思；故举世无一人不当学。”

——《几何原本·序言》，1607年
Ευκλειδης [著]，徐光启 & Matteo Ricci [译]

二

“我考虑的是哲学而不是技艺，所研究的不是人手之力而是自然之力。”

“我的这部著作论述哲学的数学原理，因为哲学的全部困难在于：由运动现象去研究自然力，再由这些力去推演其他现象。”

——Isaac Newton, 《自然哲学之数学原理·第一版序言》，1687年

“大自然和大自然的法则藏匿于黑暗之中。

上帝说，让牛顿出世吧！

于是世界一片光明。”

——亚历山大·蒲柏

三

一百年前，阿尔伯特·爱因斯坦正式完成了他的广义相对论 (General Relativity; GR)，并于十一月在普鲁士科学院做了发言，报告了他的引力的场方程 [52, 34]，

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}. \quad (1)$$

很快，David Hilbert 就给出了爱因斯坦的场方程所对应的作用量 [53]，

$$S = \frac{c^3}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R. \quad (2)$$

“... Einstein’s standard 1915 geometrodynamics. What a contrast to Maxwell’s standard 1864 electrodynamics!”

——Misner, Thorne & Wheeler 1973, 《Gravitation》

1955年4月18日，科学巨人爱因斯坦病逝。在葬礼上，遗嘱执行者纳坦念了歌德悼念席勒的诗：

“我们全都获益不浅，
全世界都感谢他的教诲；
那专属他个人的东西，
早已传遍广大人群。
他像行将陨灭的彗星，光华四射，
把无限的光芒同他的光芒永相结合。”

第一章 脉冲星与脉冲星计时

本论文讨论采用脉冲星计时的方法，对引力理论（主要是时空的基本对称性）进行实验上的限制。本章先简要介绍脉冲星本身，以及脉冲星计时的概念。有兴趣深入的读者可参考文献 [54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 20]。

1.1 脉冲星

脉冲星，是磁化的转动的中子星¹。她们由于转动形成旋转的极端相对论性的辐射束。辐射束中电子的曲率辐射（curvature radiation）形成射电波段的辐射。在脉冲星的旋转调制下，每隔一个旋转周期 P ，辐射束扫过地球一次，被地球上的射电望远镜捕捉到，形成周期性的脉冲信号 [54, 57, 58]。

脉冲星从 1967 年被发现以来² [65]，给基本物理学的研究提供了非常多的线索，做出了非常重大的贡献。现在已知的脉冲星已经超过 2000 颗 [66]。在新的二十一世纪，脉冲星科学仍旧是前沿科学领域之一，脉冲星科学家们仍旧做出着、并将做出更多的科学贡献。脉冲星的科学应用包括：

1. 低温高密度（高化学势 μ_B ）核物质的物态方程（Equations of State; EoSs）——中子星的平均密度大于正常核物质密度 $\sim 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ ，其物态方程对于理解量子色动力学（Quantum Chromodynamics; QCD）的相图有着重要的作用 [63]。
2. 极端条件下的电磁与等离子体环境——脉冲星虽然以强引力系统而出名，但其表面的电磁力却比引力足足高出十个量级，导致脉冲星的磁层基本上是极

¹ 脉冲星的组分内容尚存在一定的争议，其可为中子星（neutron star）[57]、或夸克星（quark star）[61]、甚至是混杂星（hybrid star）[62, 63]。她们的本质有待进一步的观测限制 [64]。基于历史的原因，本文一致称其为“中子星”。

² 脉冲星的发现者之一，Antony Hewish 分享了 1974 年的诺贝尔物理学奖 [65]。

- 端条件下的电磁力主导的物理系统 [54, 57, 58]。
3. 天体物理中的双星系统（甚至是三星系统 [67]）的演化——其中包括非常丰富的演化阶段，可能与 γ -射线爆、超新星爆发、恒星质量黑洞的形成等有着密切的联系 [68]。
 4. 星际介质（甚至是星系际介质）的研究——包括射电脉冲信号的散射（scattering）、色散（dispersion）、闪烁（scintillation）等 [54, 69]。
 5. 引力检验——利用脉冲星计时（pulsar timing）技术，探索相对论与引力的基本性质³ [18, 19, 20]。
 6. 引力波的波源与探测器——中子星既能通过自身的四极矩成分的旋转而成为地面引力波激光干涉仪的引力波源，又能利用脉冲星测时阵列（pulsar timing array; PTA）技术作为引力波的探测器，来探测纳赫兹频段的引力波信号 [75, 76, 77, 20]。
 7. 其它应用——如星际导航 [78]、精准时钟 [79] 等。

1.2 脉冲星计时

在前面介绍的丰富的脉冲星应用背后，是非常有效的观测技术和手段，其中包括大型射电望远镜的射电波段的观测、地面光学望远镜的观测、空间 X-射线卫星的观测、空间 γ -射线卫星（主要是 Fermi 卫星）的观测等。而在这些观测手段中，射电观测由于其精准性，而成为脉冲星天文学中最主要的观测手段 [54, 57, 58]。在射电波段的所有观测方法中，最主要、最有效的当属脉冲星计时（Pulsar timing）方法⁴。

脉冲星计时的原理非常简单，如图 1.1 所示。每经过一个转动周期，脉冲星的辐射束会扫过地球一次。辐射束的脉冲信号经过星际介质的传播与相互作用，被地球上的射电望远镜捕捉到，所以可以形成规则的脉冲信号。但由于仪器或者脉冲星本身的噪声，收到的信号可能是非常随机的。其后的数据处理可以通过按照脉冲星自转周期来进行“折叠”（fold）的方式，把若干个周期内的信号折叠成一个高信噪比的脉冲信号，并通过与标准模板的相关（correlation）测量，测

³ Joseph Taylor 和 Russell Hulse 由于首次搜寻到脉冲星双星系统 PSR B1913+16，其后对她的轨道周期衰变的观测与广义相对论预言相一致，而获得 1993 年诺贝尔物理学奖 [70, 71, 72, 73, 74]。

⁴ X-射线卫星和 γ -射线卫星也可做脉冲星计时，但其精度远远差于射电波段的观测。

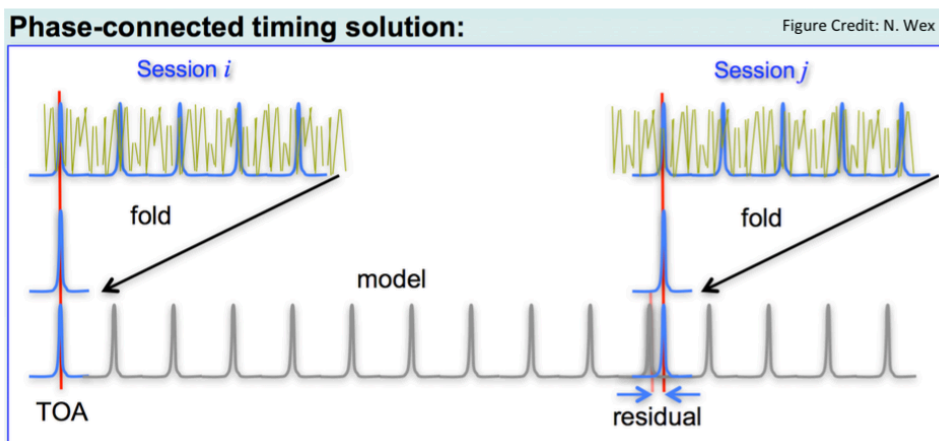


图 1.1: 脉冲星计时的原理示意。

得它的基准⁵对应的到达时间（Time of Arrival; TOA）。因为脉冲星的观测是个长期的科学工程，每隔一段时间进行观测，可得到一系列的脉冲到达时间，记为 $t(N)$ [56, 18]。

另一方面，由于脉冲星的转动非常规则，所以我们可以用简单的转动模型来预言每一个脉冲到达的时间。观测发现，采用多项式的 Taylor 展开可很好地描述绝大多数的脉冲星的转动行为⁶ [56]，

$$N(T) = \frac{\phi(T)}{2\pi} = N_0 + \nu T + \frac{1}{2}\dot{\nu}T^2 + \frac{1}{6}\ddot{\nu}T^3 + \dots, \quad (1.1)$$

其中 $\nu \equiv 1/P$ 为脉冲星的自转频率， $\dot{\nu}$ 和 $\ddot{\nu}$ 分别为自转频率对时间的一阶和二阶导数。对大多数的脉冲星的观测而言，只需要保留 ν 和 $\dot{\nu}$ 两项即可 [59]。这里我们采用记号 T 表示脉冲星参考系中的固有时间，与前面所提到的在地球参考系观

⁵ 例如，选取脉冲轮廓的最高点、或者变化最陡峭点作为基准等。

⁶ 此处的 Taylor 为 Brook Taylor，而非前面所提的 Joseph Taylor；见 B. Taylor, *Methodus Incrementorum Directa et Inversa* (London 1715)。

测的坐标时间 t 有相应的物理联系。脉冲星计时的理论分析中很大的一块内容就是研究 $T(N)$ 与 $t(N)$ 的函数关系。

假设在脉冲星那边，脉冲信号的发射的坐标时间为 t_e^{PSR} （角标“e”表示 emission），若该脉冲被地球上的望远镜在 t_a^{obs} （角标“a”表示 arrival）时刻接收到，则两者之间的关系为⁷（略去不可测的常数部分，以及整体的一个与脉冲星的常数速度有关的多普勒红移项） [55]，

$$t_e^{\text{PSR}} = t_a^{\text{obs}} - \Delta_{\odot} - \Delta_{\text{IS}} - \Delta_{\text{B}}. \quad (1.2)$$

上述方程中 Δ_{\odot} 、 Δ_{IS} 、 Δ_{B} 分别为脉冲信号在太阳系的延迟、在星际介质的延迟、以及（如果脉冲星在双星系统中的话）在双星系统中的延迟。因为 Δ_{B} 是直接于双星之间的互有引力相关的，故这里略去 Δ_{IS} 项不谈，简要说说 Δ_{\odot} 项，着重点于 Δ_{B} 项。

由于地球上的射电望远镜本身绕着太阳在做周期性的绕转运动，会对脉冲信号的到达时间有一定的影响——即当地球离脉冲星较远时，脉冲信号到达时间会延迟，反之则会早到。这个几何效应造成的延迟叫做 Römer 延迟（Römer delay） [59]，需要在后期数据处理的时候用太阳系的星表修正回来。

除了 Römer 时延以外，如果脉冲星计时做得比较精准，还会有引力相对论性的效应被测到，其中有 Einstein 延迟（Einstein delay）和 Shapiro 延迟（Shapiro delay）。前者是由于地球相对于脉冲星的相对速度变化的结果（狭义相对论的多普勒效应）和地球在太阳系中所处引力势变化而引起的引力红移（起源于等效原理）的叠加。后者是射电信号在太阳系中传播、经过太阳系的天体（主要是太阳和木星）的存在而引起的时空曲率后相对于其在平直时空运动的额外传播时间 [81]。

1.2.1 脉冲星双星的计时观测

如果脉冲星是处在双星系统中，那么双星的轨道运动也会体现在脉冲星计时的脉冲到达时间中。

首先，我们来介绍脉冲双星的轨道位型的描述，如图 1.2 所示 [56, 25]。坐

⁷ 脉冲星的固有时 T 与脉冲信号的坐标时 t_e 之间的关系，含有一项由脉冲星自转导致的狭义相对论效应延迟（叫做 aberration time delay，记为 Δ_A ），有兴趣的可参考文献 [55] 的章节 2.4 和文献 [80]。

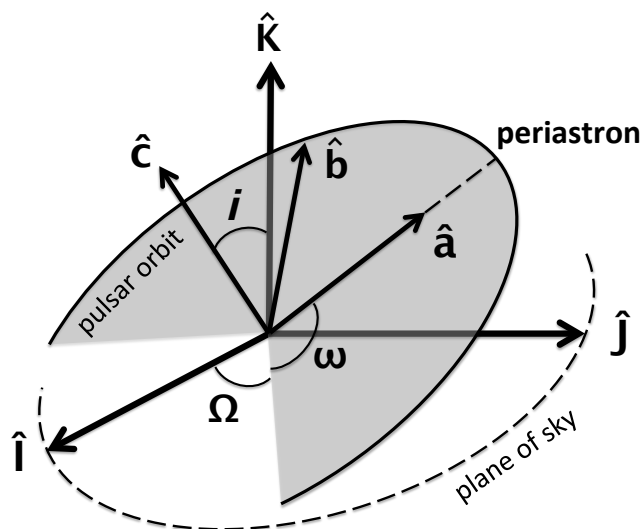


图 1.2: 脉冲双星中脉冲星的轨道示意图, 取自文献 [25]。

标架 $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ 中 $\hat{\mathbf{K}}$ 是从观测者指向脉冲星双星系统质心的单位矢量, $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}})$ 构成天空平面, 其中 $\hat{\mathbf{I}}$ 指向东边、 $\hat{\mathbf{J}}$ 指向北边。而脉冲星双星的轨道平面由坐标架 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 来描述。其中 $\hat{\mathbf{c}}$ 是指向脉冲星双星轨道的角动量方向的单位矢量, 垂直于轨道平面; $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}})$ 处于轨道平面内, 其中 $\hat{\mathbf{a}}$ 从双星系统的质心指向近星点 (periastron), $\hat{\mathbf{b}}$ 垂直于 $\hat{\mathbf{a}}$, 且构成 $\hat{\mathbf{a}} \times \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{c}}$ 的右手坐标架关系。

在天文学研究中, 从坐标架 $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ 到坐标架 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 可通过三个旋转操作得到, 角度分别为

- i : 轨道平面相对于视线方向 (line of sight) 的倾角 (orbital inclination), 即 $\hat{\mathbf{K}}$ 和 $\hat{\mathbf{c}}$ 的夹角;
- ω : 近星点经度 (longitude of periastron);
- Ω : 升交点经度 (longitude of ascending node)。

同上一节所述的脉冲信号在太阳系中由于太阳系天体的存在以及地球的运动而导致的脉冲信号到达时间的延迟类似, 脉冲星双星的轨道运动以及其伴星所造成的引力势随时间空间的变化也会影响脉冲信号的到达时间。其影响同前面一样, 分为三大部分:

- Rømer 延迟: 由于脉冲星绕双星质心运动, 导致脉冲星离地球的距离有个周

期性的变化，从而在脉冲达到时间上有个周期性的延迟变化，

$$\Delta_R = \frac{1}{c} \hat{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{r}(t_e), \quad (1.3)$$

其中 $\mathbf{r}(t_e)$ 为脉冲信号发射时刻脉冲星的位置矢量。

- Einstein 延迟：脉冲星在双星轨道运动中，它的速度在视线方向的投影有个周期性的变化，由于狭义相对论的多普勒效应，导致脉冲信号到达时间有周期性的变化；另外，如果双星轨道的椭率 $e \neq 0$ ，那么，在一个轨道周期的时间内，脉冲星表面发射的脉冲信号所处的来自伴星的引力势大小有所不同，从而导致等效原理产生的引力红移有个周期性的变化⁸；两者对轨道相位的依赖形式是相同的，可统一合写为 Einstein 延迟，

$$\Delta_E = \gamma \sin E, \quad (1.4)$$

其中 E 为偏近点角 (eccentric anomaly; 可参见下章的图 2.1); γ 为描述 Einstein 延迟的脉冲星计时参数 [55, 57]。

- Shapiro 延迟：射电脉冲信号从脉冲星表面发出后，将通过双星系统所造成的弯曲时空区域，然后离开脉冲星双星系统；而脉冲从发射到离开过程所经过的时空曲率，跟脉冲星与伴星的相对位型有关，当伴星位于脉冲星与地球之间时，所需经过的时空曲率多，而这会导致更长的 Shapiro 延迟。一般情况下的 Shapiro 延迟可写为 [81, 82]，

$$\Delta_S(\varphi) = \frac{2Gm_2}{c^3} \ln \left[\frac{1 + e \cos \varphi}{1 - \sin i \sin(\omega + \varphi)} \right], \quad (1.5)$$

其中 m_2 为伴星质量， φ 为脉冲星的轨道相位 (参见下章图 2.1 中的角度 f)。

以上关于脉冲星的脉冲信号达到时间的延迟是根据爱因斯坦的广义相对论而言的。倘若真实的引力理论不是广义相对论，那么情况就将更加复杂。本论文的主要工作就是要讨论引力相互作用中存在洛伦兹对称性的破坏、或者存在局域位置不变性的破坏的情况下，会对脉冲星双星的轨道等动力学行为产生什么影响，

⁸ 脉冲星本身的引力场的贡献是个常数，故不导致可观测效应。

以及如何用实际的脉冲星观测数据去检查此类影响、从而检验引力理论。

1.2.2 脉冲星计时残差

前面介绍了脉冲星计时（特别是当脉冲星处于双星系统之中时）的脉冲信号达到时间的情况。当我们得到真实的观测数据后，用最小二乘法去拟合计时模型（timing model）中的脉冲星参数，从而求得脉冲星的物理信息（参见图 1.1）。当我们从实际的脉冲达到时间中扣除前面所介绍的各种影响到达时间的效应之后，如果计时模型准确地描述了脉冲星系统的话，那么我们就将得到独立同分布的高斯型计时拟合残差（timing residuals）。

但当理论上的计时模型不是完全准确的计时模型的时候（或者说遗漏了某些效应，或者说计时模型中的计时参数有偏差），测时残差中可能蕴含着丰富的未知的（或尚未加入计时模型的）物理信息——熟练的脉冲星计时科学家们，可以从这些残差中找出所缺失的物理信息，并把它们加到计时模型中去，从而得到更准确的对脉冲信号到达时间的拟合。这些缺失的（或者错误的）信息包括有不精确的位置、脉冲星系统在天空平面的自行运动（proper motion）、或者脉冲星可能有更多的伴星、或者卫星等 [57]。

前面所说的是对于一个脉冲星系统而言。对于多个脉冲星系统来说，测时残差的空间关联中可能蕴含着其他的丰富、有趣的物理信息，如

- 测时残差中的单级成分反映了时间的线性属性，合理校准可用来做时间标准；所得到的时间标准在长期的尺度上可以优于地球上最好的原子钟 [79]；
- 测时残差中的偶极成分可能反映了地球在太阳系中运行的太阳系天体模型的误差，仔细分析可用来校准太阳系的星表、测量太阳系行星的质量等 [83]；
- 测试残差中的四极成分可能含有纳赫兹频率的引力波压缩、伸展时空的信息 [84]。

这里所介绍的空间相关的四极成分是目前脉冲星计时观测中的热门研究课题，有不少国际合作组正在努力从中寻找纳赫兹引力波存在的证据 [84, 85, 86, 20]。这些合作组包括有

- Parkes 脉冲星测时阵列（Parkes Pulsar Timing Array; PPTA） [87, 88]：成立于 2004 年，用澳大利亚的 Parkes 64-m 射电望远镜观测 24 颗毫秒脉冲星

系统⁹;

- 欧洲脉冲星测时阵列 (European Pulsar Timing Array; EPTA) [89]: 成立于 2004–2005 年, 用英国 Jodrell Bank 的 Lovell 射电望远镜、德国的 Effelsberg 射电望远镜、法国的 Nançay 射电望远镜、荷兰的 Westerbork 射电望远镜、和意大利的 Sardinia 射电望远镜进行合作观测¹⁰;
- 北美脉冲星测时阵列 (North American NanoHertz Observatory for GWs; NANOGrav) [90, 91]: 成立于 2007 年, 用美国的 Arecibo 射电望远镜和 Green Bank 射电望远镜合作观测¹¹。

以上三家脉冲星测时阵列, 在 2008 年达成数据分享的协议, 成立了国际脉冲星测时阵列 (International Pulsar Timing Array; IPTA) [92, 93], 有望在不久的将来测到引力波信号, 并从中提取有用的天体物理学信息¹²。另外, 中国贵州省正在筹建的 FAST 射电望远镜与国际大型合作项目 SKA 望远镜也将在不久的将来加入到引力波观测的队伍中来 [94, 77]。

⁹ <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/ppta/>

¹⁰ <http://www.epta.eu.org/>

¹¹ <http://nanograv.org/>

¹² <http://www.ipta4gw.org/>

第二章 双星轨道运动

多体问题是引力相互作用研究中的核心内容。特别是二体问题，从牛顿开始 [1]，一直以来都在引力相关的研究中占有重要的地位。本章简要介绍二体问题中的束缚轨道的一些基础内容，特别介绍下 Damour-Deruelle 解 [95, 55] 和轨道微扰处理的理论，以及它们在脉冲星计时中的应用 [56, 57]。

2.1 图册与坐标系

在弯曲时空中，我们想要描述二体运动，首先必须选好合适的坐标系。对于有广延的物体，采用“多图册”（multi-chart）以及“匹配”（matching）的方法比较方便问题的讨论 [96, 97, 98, 99, 100]。具体来说，全局的坐标可选取渐近平坦的边界条件，使得在全局上有，

$$g_{\mu\nu}(x^\lambda) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}^{(1)} + h_{\mu\nu}^{(2)} + \dots, \quad (2.1)$$

其中 $\eta_{\mu\nu} = (-, +, +, +)$ 为 Minkowski 度规，在 $\eta_{\mu\nu}$ 上的修正选取特定的小量做逐阶展开¹。而对引力作用下的各个广延物体（extended bodies）来说，局域的坐标可选为，

$$G_{\alpha\beta}(X_a^\gamma) = G_{\alpha\beta}^{(0)}(X_a^\gamma; m_a) + H_{\alpha\beta}^{(1)}(X_a^\gamma; m_a, m_b) + \dots. \quad (2.2)$$

这两套坐标之间可以通过“匹配”黏贴在一起，

$$x^\mu = z_a^\mu(T_a) + e_i^\mu(T_a) X_a^i + \frac{1}{2} f_{ij}^\mu(T_a) X_a^i X_a^j + \dots, \quad (2.3)$$

¹ 在做引力的各种近似展开框架中，展开小量的选取不尽相同，有选 G 的阶数（如 post-Minkowski 展开）、选 v/c 的阶数（如 post-Newtonian 展开）、选二体运动中二体的质量比、以及以上展开的混合搭配使用等 [101, 102, 13, 14, 103]。

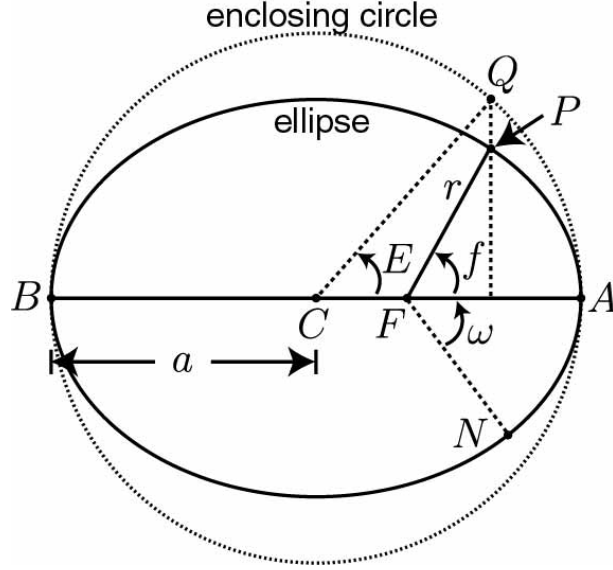


图 2.1: 开普勒轨道示意图, 取自文献 [10]。

其中 $z_a^\mu(T_a)$ 为平移向量, $e_i^\mu(T_a)$ 为四维旋转矩阵, $f_{ij}^\mu(T_a)$ 中包含坐标匹配中更高阶的项。

一般来说, 由于广义相对论的非线性特性, 其中并不允许使用 δ -函数的能量密度。但人们的研究发现, 对于广延尺度可以忽略的物体, 我们可以使用等效的 δ -函数来描述物理, 代价是我们需要处理其带来的发散效应 [104]。所以, 我们可用下述作用量来考察引力下的多体运动 [13],

$$S = \int \frac{d^{d+1}x}{c} \sqrt{-g} \frac{c^4}{16\pi G} R - \sum_a m_a c \int \sqrt{-g_{\mu\nu}(z_a^\lambda) dz_a^\mu dz_a^\nu}, \quad (2.4)$$

其中 d 的引入是为了用维数正规化方法去除发散 [105]。

2.2 开普勒轨道

这一小节我们先退一步讨论牛顿引力影响下的开普勒轨道 [1, 13, 15]。牛顿引力可简单地表述为 Poisson 方程的形式。定义势能 $U(\mathbf{x}, t)$ 为,

$$U(\mathbf{x}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{x}', t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x', \quad (2.5)$$

其中 ρ 为物质的质量分布。对应的 Poisson (微分) 方程为,

$$\nabla^2 U = -4\pi\rho. \quad (2.6)$$

试验粒子 (test particle) 在引力场中的加速度为,

$$\mathbf{a} = \nabla U. \quad (2.7)$$

两个点粒子在牛顿引力下的轨道问题, 存在封闭的精确解, 其解为二次曲线 (包括椭圆、双曲线、抛物线三种) [106, 107]。对于束缚轨道而言 (椭率 $0 \leq e < 1$), 轨道运动可参数化为,

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} = a(1 - e \cos E), \quad (2.8)$$

其中 a 为轨道的半长轴, $p = a(1 - e^2)$, f 和 E 分别为轨道的“真近点角” (true anomaly) 和“偏近点角” (eccentric anomaly)。其中偏近点角与轨道运行时间 t 之间的关系由 Kepler 方程定义 (或参见图 2.1),

$$n_b(t - t_0) = E - e \sin E, \quad (2.9)$$

这里 $n_b = 2\pi/P_b$ 为轨道圆频率, t 为时间 (t_0 为脉冲星经过近星点的基准时间)。轨道示意图 2.1 (取自文献 [10]); 在图上, A 即为近星点。

从上述椭圆轨道解 (2.8) 和开普勒方程 (2.9), 结合牛顿运动方程 (2.7) 就可以得到开普勒第三定律,

$$n_b^2 a_{\text{relative}}^3 = GM, \quad (2.10)$$

其中 $M = m_1 + m_2$ 为脉冲星质量 m_1 和伴星质量 m_2 的和; 有时, 我们又把 m_1 记为 m_p , m_2 记为 m_c ; a_{relative} 在这里是相对轨道运动的半主轴, 相应的, 脉冲星轨道运动的半主轴为 $a = m_2 a_{\text{relative}} / M$ 。

2.3 二体运动的 Damour-Deruelle 解

上一小节考虑的是牛顿引力下的精确的二体轨道解。倘若考虑更高阶的来自弯曲时空的相对论性效应，或者考虑来自其它（牛顿力学的）微扰的影响，一般来说并不存在封闭解。对于广义相对论中二体运动的轨道，有很长的历史研究，也有很多种方法，对此部分物理历史有兴趣的读者可参考文献 [108]。这里我们简要介绍一种在第一阶后牛顿（1st post-Newtonian; 1PN）近似下的一个自洽的封闭解，即 Damour-Deruelle 解 [95, 55]。该解由于自洽地考虑了 1PN 下所有的广义相对论效应，以及其比较容易被推广到其它推促变换下不变的（boost invariant）引力理论² [56, 109]，被广泛地应用于脉冲星计时领域 [18, 19]。

Damour-Deruelle 解从脉冲星双星 PSR B1913+16 [70] 观测的实际需求出发，考虑了在 1PN 阶下的所有周期性（periodic）和长期性（secular）轨道运动学效应，以及在 2PN 和 2.5PN 下轨道长期性的（secular）运动学效应。Damour-Deruelle 解的妙处在于引入了三个椭率，即时间椭率 e_t ，径向椭率 e_r ，和角向椭率 e_θ ，它们在牛顿阶，即 Newtonian 阶（或者，0PN 阶），与传统的轨道椭率相一致，而在 1PN 阶精度却有微小的不同。在三个椭率的帮助下，轨道运动学的“类开普勒”方程可写为，

$$\begin{aligned} l &= \int n_b dt + \sigma = u - e_t \sin u \\ &\simeq \sigma_0 + n_b(t - t_0) + \frac{1}{2}\dot{n}_b(t - t_0)^2 + \dots, \end{aligned} \quad (2.11)$$

这里 l 为“平近点角”（mean anomaly）， σ 是个积分常数（类似地， σ_0 和 t_0 为任意选取的基准点）， u 与前面讨论的偏近点角 E 在零阶近似下相等。在 Damour-Deruelle 解里，角向的运动可写为

$$\theta - \theta_0 = (1 + k) \times 2 \arctan \left[\left(\frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta} \right)^{1/2} \tan \frac{u}{2} \right], \quad (2.12)$$

其中引入的参数 k 与（轨道平均意义下的）近星点进动 $\dot{\omega}$ 的关系为 $kn_b = \dot{\omega}$ ， θ 在零阶下与真近点角 f 相等， θ_0 为任意选取的基准点。在巧妙的 1PN 精度的重

² 推促（boost）变换有时又被翻译为“伪转动”。

定义下，与开普勒轨道一样，相对径向运动可写为 [95, 55]，

$$R = a_R(1 - e_R \cos u). \quad (2.13)$$

倘若考察单个星的径向运动，有

$$r_a = a_r(1 - e_r \cos u), \quad (2.14)$$

$$r_b = a_{r'}(1 - e_{r'} \cos u). \quad (2.15)$$

对于具体在 1PN 精度上如何定义与重定义各个物理量，以及如何推导 Damour-Deruelle 解可参见原始文献 [95, 55]。

2.3.1 脉冲星计时模型

通过在 1PN 阶上“微调”重定义 e_t 和 u ，就可以得到非常实用的 Damour-Deruelle 脉冲星计时模型 [55]。在这个计时模型中，脉冲星的脉冲信号到达太阳系质心（Solar system barycenter; SSB）的脉冲到达时间为³，

$$t_{\text{SSB}} = t_0 + \frac{1}{D}[T + \Delta_R(T) + \Delta_E(T) + \Delta_S(T) + \Delta_A(T)]. \quad (2.16)$$

这个方程就是 Damour-Deruelle 脉冲星计时模型，它把脉冲星发射脉冲信号的固有时 T ，与脉冲信号到达太阳系质心的时间 t_{SSB} 联系起来。其中 $\Delta_R(T)$ 、 $\Delta_E(T)$ 、 $\Delta_S(T)$ 和 $\Delta_A(T)$ 分别为 Römer 延迟、Einstein 延迟、Shapiro 延迟和反常延迟。它们的表达式分别为 [56]，

$$\Delta_R = x \sin \omega [\cos u - e(1 + \delta_r)] + x \sqrt{1 - e^2(1 + \delta_\theta)^2} \cos \omega \sin u, \quad (2.17)$$

$$\Delta_E = \gamma \sin u, \quad (2.18)$$

$$\Delta_S = -2r \ln \left\{ 1 - e \cos u - s [\sin \omega (\cos u - e) + (1 - e^2)^{1/2} \cos \omega \sin u] \right\} \quad (2.19)$$

$$\Delta_A = A \{ \sin[\omega + A_e(u)] + e \sin \omega \} + B \{ \cos[\omega + A_e(u)] + e \cos \omega \}, \quad (2.20)$$

³ 关于如何从太阳系质心转到转动的地球上的射电望远镜，以及该变换对脉冲到达时间的影响，与星际间等离子体和地球大气层对射电信号的影响，不是本论文的重点，有兴趣的同学可参考文献 [59]。

其中 $x = a \sin i/c$ 为脉冲星投影在视线方向上的、以时间为单位的（即“光秒”）半主轴的长度， r 和 s 为 Shapiro 延迟的范围（range）和形状（shape）参数；另外还定义了，

$$A_e(u) \equiv 2 \arctan \left[\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \tan \frac{u}{2} \right], \quad (2.21)$$

$$x = x_0 + \dot{x}(T - T_0), \quad (2.22)$$

$$e = e_0 + \dot{e}(T - T_0), \quad (2.23)$$

$$\omega = \omega_0 + kA_e(u), \quad (2.24)$$

和考虑双星系统的引力波辐射而导致轨道变小的“类开普勒”方程，

$$u - e \sin u = 2\pi \left[\frac{T - T_0}{P_b} - \frac{1}{2} \dot{P}_b \left(\frac{T - T_0}{P_b} \right)^2 \right]. \quad (2.25)$$

在上面一系列方程中， e 可选为牛顿阶的轨道椭率；另外两个椭率可通过 δ_θ 和 δ_r 定义为 [55]，

$$e_r = e_T(1 + \delta_r), \quad (2.26)$$

$$e_\theta = e_T(1 + \delta_\theta). \quad (2.27)$$

2.3.2 后开普勒参数

抽象地综合起来，Damour-Deruelle 计时模型的方程 (2.16) 可符号性地写为，

$$t_{\text{SSB}} = t_0 + F[T_N; \{p^K\}; \{p^{PK}\}; \{q^{PK}\}]. \quad (2.28)$$

这里已经把方程中的参数分为三组，分别为

- **开普勒参数：** 与前面一节所讲的牛顿引力学和开普勒轨道相一致，

$$\{p^K\} = \{P_b, T_0, e_0, \omega_0, x_0\}; \quad (2.29)$$

- **后开普勒 (post-Keplerian) 参数:** 超出牛顿引力的来自广义相对论 (或者其它引力理论) 的贡献,

$$\{p^{PK}\} = \{k, \gamma, \dot{P}_b, r, s, \delta_\theta, \delta_r, \dot{e}, \dot{x}\}. \quad (2.30)$$

- **非观测参数:** 这些参数在观测效应上会通过重定义, 被其它开普勒参数、脉冲星转动参数、或者后开普勒参数所吸收,

$$\{q^K\} = \{\delta_r, A, B, D\}. \quad (2.31)$$

在实际的脉冲星计时观测中, 首先容易得到的是开普勒参数。到了测时精度足够高的时候, 一些后开普勒参数对脉冲星的脉冲到达时间的影响就会体现出来, 也能慢慢逐个被测到。而这些后开普勒参数, 在测量双星质量、检验引力理论的工作中, 扮演了非常重要的角色。

Damour 和 Taylor 在文献 [56] 中展示了, 对于一般的保守的推促不变的引力, 这些后开普勒参数可表示为开普勒参数、双星质量、和其它引力理论的参数的函数⁴。这些后开普勒参数在广义相对论中的函数形式为 [112, 109],

$$\dot{\omega} = 3n_b^{5/3}(T_\odot M)^{2/3}(1 - e^2)^{-1}, \quad (2.32)$$

$$\gamma = en_b^{-1/3}T_\odot^{2/3}M^{-4/3}m_2(m_1 + 2m_2), \quad (2.33)$$

$$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5}n_b^{5/3}\left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right)(1 - e^2)^{-7/2}T_\odot^{5/3}\frac{m_1m_2}{M^{1/3}}, \quad (2.34)$$

$$r = T_\odot m_2, \quad (2.35)$$

$$s = xn_b^{2/3}T_\odot^{-1/3}M^{2/3}m_2^{-1}, \quad (2.36)$$

$$\delta_\theta = T_\odot^{2/3}n_b^{2/3}M^{-4/3}(3m_1^2 + 6m_1m_2 + 2m_2^2), \quad (2.37)$$

$$\delta_r = T_\odot^{2/3}n_b^{2/3}M^{-4/3}\left(\frac{7}{2}m_1^2 + 6m_1m_2 + 2m_2^2\right). \quad (2.38)$$

上面的方程中, 我们定义了“太阳时间” $T_\odot \equiv GM_\odot/c^3 = 4.925490947 \mu\text{s}$, 且 m_1 和 m_2 取太阳质量 ($M_\odot \simeq 1.9891 \times 10^{30} \text{ kg}$) 为单位。

⁴ 有时, 特别是在超出广义相对论的引力理论中, 这些后开普勒参数也会依赖于中子星的物态方程 [110, 46, 111]。

虽然 Damour-Deruelle 解的推导来源于广义相对论的拉格朗日量 [95]。但 Damour 和 Taylor 发现，它也能描述在更普遍的推促变换下不变的拉格朗日量的轨道运动 [56]。这类引力理论在 1PN 阶下的拉格朗日量为，

$$\begin{aligned}
L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = & - \sum_A m_A c^2 \left(1 - \frac{1}{2c^2} \mathbf{v}_A^2 - \frac{1}{8c^4} \mathbf{v}_A^4 \right) \\
& + \frac{1}{2} \sum_A \sum_{B \neq A} \frac{G_{AB} m_A m_B}{r_{AB}} \left[1 + \frac{1}{2c^2} \varepsilon_{AB} (\mathbf{v}_A^2 + \mathbf{v}_B^2) - \frac{1}{2c^2} (1 + 2\varepsilon_{AB}) (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{v}_B) \right. \\
& \left. - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{v}_A) (\mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B) \right] - \frac{1}{2} \sum_A \sum_{B \neq A} \sum_{C \neq A} \frac{G_{BC}^A m_A m_B m_C}{c^2 r_{AB} r_{AC}}, \quad (2.39)
\end{aligned}$$

其中关于常数 G_{AB} 、 ε_{AB} 、 G_{BC}^A 的物理含义以及它们在广义相对论中的取值请参见文献 [56, 109]。在这类引力理论下，后牛顿参数的表达形式与取值将与广义相对论有所不同 [56]。所以通过脉冲星计时、最小化拟合计时残差来获得这些参数，可以反过来限制引力理论的相应形式 [18, 19]。

2.4 轨道运动的微扰方法

现实的物理系统中经常会存在一般性的微扰，如潮汐力、吸积盘等等。这小节简要介绍在一般性的微扰 \mathbf{F} 下的轨道元素的变化规律。

对于二体相对运动的加速度 $\ddot{\mathbf{r}}$ （其中 \mathbf{r} 为二体的相对位移），我们考虑轨道的微扰情况为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{F}, \quad (2.40)$$

而其中的微扰 \mathbf{F} 分解到轨道径向 $\hat{\mathbf{R}}$ ，角向 $\hat{\mathbf{T}}$ 和垂直轨道方向 $\hat{\mathbf{N}}$ 的分量分别为 \mathcal{R} ， \mathcal{T} ，和 \mathcal{N} ，

$$\mathbf{F} = \mathcal{R} \hat{\mathbf{R}} + \mathcal{T} \hat{\mathbf{T}} + \mathcal{N} \hat{\mathbf{N}}, \quad (2.41)$$

这些分量都可以是时间的函数。倘若假定每一时刻粒子的运动都遵循某个瞬时的开普勒轨道运动，那么可以通过“吻切轨道”（osculating element）的方法（即假设任意时刻，相对轨道运动都满足一个“瞬时”的椭圆轨道运动），得到轨道参数

随着时间的变化率 [107],

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n(1-e^2)^{1/2}} \left(\mathcal{R}e \sin f + \mathcal{T} \frac{p}{r} \right), \quad (2.42)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} [\mathcal{R} \sin f + \mathcal{T}(\cos f + \cos E)], \quad (2.43)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r \cos(f + \omega)}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \mathcal{N}, \quad (2.44)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r \sin(f + \omega)}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \mathcal{N}, \quad (2.45)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\cos i \frac{d\Omega}{dt} + \frac{(1-e^2)^{1/2}}{nae} \left[-\mathcal{R} \cos f + \mathcal{T} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin f \right], \quad (2.46)$$

$$\frac{dl_0}{dt} = -(1-e^2)^{1/2} \left(\frac{d\omega}{dt} + \cos i \frac{d\Omega}{dt} \right) - \mathcal{R} \frac{2r}{na^2}, \quad (2.47)$$

其中轨道参数的定义可参见图 2.1 和图 1.2。有兴趣的读者可参考文献 [107] 见更详细的讨论与推导。

我们也可以定义另一个近星点经度 (the longitude of pericentre) $\pi \equiv \Omega + \omega$, 和平均经度 (the mean longitude) $\lambda \equiv \pi + l$, 以及基准时刻 $\epsilon \equiv \pi + l_0$ [107]。那么, 上面的最后两个式子可以等价地写为,

$$\frac{d\pi}{dt} = 2 \sin^2 \frac{i}{2} \frac{d\Omega}{dt} + \frac{(1-e^2)^{1/2}}{nae} \left[-\mathcal{R} \cos f + \mathcal{T} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin f \right], \quad (2.48)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{e^2}{1 + (1-e^2)^{1/2}} \frac{d\pi}{dt} + 2(1-e^2)^{1/2} \sin^2 \frac{i}{2} \frac{d\Omega}{dt} - \mathcal{R} \frac{2r}{na^2}. \quad (2.49)$$

我们也可以考虑以上公式等价的矢量形式 [107], 以便在有些情况下能够更好地应用。我们定义面积矢量为,

$$\mathbf{c} \equiv \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (2.50)$$

拉普拉斯矢量 (Laplace-Runge-Lenz vector) 为,

$$\mathbf{f} \equiv \left(\dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{GM}{r} \right) \mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}}. \quad (2.51)$$

通过带入以上轨道微扰的表达式，经过整理有，

$$\dot{\mathbf{c}} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad (2.52)$$

$$\dot{\mathbf{f}} = 2(\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{F})\mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F})\dot{\mathbf{r}} - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}})\mathbf{F}. \quad (2.53)$$

上面所讨论的标量形式与矢量形式是等价的；在不同的场合下使用，可使计算过程更加简单、明确。

第三章 参数化的后牛顿框架

爱因斯坦的广义相对论是个非线性程度非常高的二阶偏微分方程组，想要把它应用到实际问题中存在着数学上的巨大困难。就我们目前而言，爱因斯坦场方程的精确解都是依赖于很强的简化假设。如 Schwarzschild 黑洞解、Kerr 黑洞解、Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker 宇宙学度规解等，都依赖于很强的简化条件 [34]。倘若加入更多的实际物理环境的约束，广义相对论的精确解几乎变得不可能。

对于两体问题而言，情况更是如此。就像在第二章中所介绍的，如果考虑牛顿引力以外的引力理论，我们至今并没有精确的二体运动解，只能依赖于近似方法。为了能够更全面地研究引力理论，Nordtvedt 和 Will 在上个世纪七十年代初基于后牛顿展开，发展了一套弱场、低速情况下的引力理论检验框架，叫做参数化的后牛顿框架（parametrized post-Newtonian formalism; PPN 框架）[113, 114, 7, 8, 115, 13, 14]。这套 PPN 框架的好处在于引入一些“任意的”参数——称为 PPN 参数——它们各自描述引力理论的一些特定的物理自由度，如引力的非线性程度、能动量守恒等等。我们可以通过各种类型的弱场、低速的引力物理实验去测量这些 PPN 参数的值，从而研究引力理论的基础假设。而在理论方面，这些 PPN 参数在不同的引力理论中会依赖于其具体的理论参数而取不同的值。所以如果想要检验某特定的引力理论，又可以通过其计算的 PPN 参数值来与实验得到的 PPN 参数值进行比较，从而达到检验引力的目的。由于这套理论简单实用，所以一直以来后牛顿引力理论检验的基本框架是实验上检验引力理论的标准框架 [13]。

这一章简单介绍下 PPN 框架的理论基础，有兴趣的读者请深入参考 Will 的专著 [13] 或者综述 [14]，以及 Poisson 和 Will 的新书 [15]。

3.1 后牛顿展开

PPN 框架把引力理论展开到 1PN 阶，也就是说考虑“牛顿引力” $\times \mathcal{O}(v^2/c^2)$ 大小的所有项；这里 v 是系统内物质运动的典型速度。根据维里定理，我们可以得到对于理想流体

$$T^{\mu\nu} = (\rho + \rho\Pi + p)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

而言，其中引力势能 U 、系统内能 Π 、压强 p 、密度 ρ 在数量级上有如下的关系，

$$U \sim \Pi \sim p/\rho \sim v^2. \quad (3.2)$$

为了表述方便，我们引入小量 $\epsilon = \mathcal{O}(v^2/c^2)$ 。如此一来，1PN 的物理量正比于 $\epsilon \times$ “牛顿引力”。

比较牛顿引力的拉格朗日量， $L = \sqrt{1 - 2U - v^2}$ ，和度规引力理论的拉格朗日量，

$$L = -m \int \left(-g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} \right)^{1/2} dt, \quad (3.3)$$

我们可以发现，为了完全囊括 1PN 阶的物理，度规 $g_{\mu\nu}$ 的分量应该展开到如下阶，

$$g_{00} \rightarrow \mathcal{O}(v^4), \quad (3.4)$$

$$g_{0j} \rightarrow \mathcal{O}(v^3), \quad (3.5)$$

$$g_{jk} \rightarrow \mathcal{O}(v^2). \quad (3.6)$$

换用 ϵ 的记法，也就是说 g_{00} 展开到 $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ 阶， g_{0i} 展开到 $\mathcal{O}(\epsilon^{3/2})$ 阶， g_{ij} 展开到 $\mathcal{O}(\epsilon)$ 阶 [13]。

对应地，理想流体的能动量张量 (3.1) 的各个分量应该展开到 [13]，

$$T^{00}/\rho \rightarrow \mathcal{O}(v^2), \quad (3.7)$$

$$T^{0j}/\rho \rightarrow \mathcal{O}(v^3), \quad (3.8)$$

$$T^{jk}/\rho \rightarrow \mathcal{O}(v^4). \quad (3.9)$$

关于如何对具体的引力理论作如上的 PPN 展开, 并得到相应的理论参数与 PPN 参数的函数关系, 请参考文献 [13] 以及文献 [116] 中对一系列引力理论的计算。

3.2 度规

根据著作 [13] 的讨论, 当我们选取了合适的 PPN 规范以后, 度规形式可以普遍地写为对各种类型的引力势能的依赖关系,

$$\begin{aligned} g_{00} = & -1 + 2U - 2\beta U^2 - 2\xi\Phi_W + (2\gamma + 2 + \alpha_3 + \zeta_1 - 2\xi)\Phi_1 & (3.10) \\ & + 2(3\gamma - 2\beta + 1 + \zeta_2 + \xi)\Phi_2 + 2(1 + \zeta_3)\Phi_3 \\ & + 2(3\gamma + 3\zeta_4 - 2\xi)\Phi_4 - (\zeta_1 - 2\xi)\mathcal{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -(\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3)w^2U - \alpha_2w^iw^jU_{ij} + (2\alpha_3 - \alpha_1)w^iV_i, \\ g_{0i} = & -\frac{1}{2}(4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \zeta_1 - 2\xi)V_i - \frac{1}{2}(1 + \alpha_2 - \zeta_1 + 2\xi)W_i \\ & -\frac{1}{2}(\alpha_1 - 2\alpha_2)w^iU - \alpha_2w^jU_{ij}, & (3.11) \end{aligned}$$

$$g_{ij} = (1 + 2\gamma U)\delta_{ij}. \quad (3.12)$$

上式中考虑了存在优先参考系 (preferred frame) 的情况, \mathbf{w} 为系统作为整体相对于优先参考坐标系的速度, U 、 U_{ij} 、 V_i 、 W_i 、 Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 、 Φ_4 、 Φ_W 、 \mathcal{A} 、 \mathcal{B} 为引力势能 (参见章节 3.3), β 、 γ 、 α_1 、 α_2 、 α_3 、 ξ 、 ζ_1 、 ζ_2 、 ζ_3 、 ζ_4 为 PPN 参数 (参见章节 3.4)。

3.3 物质与引力势

根据公式 (3.7–3.9) 的分析, 在要求的阶次上, 物质的能动量张量在 PPN 框架中的具体表达式为,

$$T^{00} = \rho(1 + \Pi + v^2 + 2U), \quad (3.13)$$

$$T^{0i} = \rho \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho} \right) v^i, \quad (3.14)$$

$$T^{jk} = \rho v^i v^j \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho} \right) + p \delta^{ij} (1 - 2\gamma U). \quad (3.15)$$

它们满足运动方程,

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0. \quad (3.16)$$

在上一小节的度规的展开中, 引入的各种引力势能 U 、 U_{ij} 、 V_i 、 W_i 、 Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 、 Φ_4 、 Φ_W 、 \mathcal{A} 、 \mathcal{B} 都是物质能动量张量 $T^{\mu\nu}$ 的函数, 具体定义为 [13],

$$U = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}, \quad (3.17)$$

$$U_{ij} = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y})_i (\mathbf{x} - \mathbf{y})_j}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2}, \quad (3.18)$$

$$V_i = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \mathbf{v}^i(\mathbf{y}), \quad (3.19)$$

$$W_i = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y}) (\mathbf{x} - \mathbf{y})^i}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2}, \quad (3.20)$$

$$\Phi_1 = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} [\mathbf{v}(\mathbf{y})]^2, \quad (3.21)$$

$$\Phi_2 = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} U(\mathbf{y}), \quad (3.22)$$

$$\Phi_3 = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \Pi(\mathbf{y}), \quad (3.23)$$

$$\Phi_4 = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{p(\mathbf{y})}{\rho(\mathbf{y})}, \quad (3.24)$$

$$\Phi_W = G \int d^3\mathbf{y} \int d^3\mathbf{z} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \rho(\mathbf{z}) \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2} \cdot \left(\frac{\mathbf{y} - \mathbf{z}}{|\mathbf{x} - \mathbf{z}|} - \frac{\mathbf{x} - \mathbf{z}}{|\mathbf{y} - \mathbf{z}|} \right), \quad (3.25)$$

$$\mathcal{A} = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{[\mathbf{v}(\mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})]^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2}, \quad (3.26)$$

$$\mathcal{B} = G \int d^3\mathbf{y} \frac{\rho(\mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} (\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \quad (3.27)$$

其中 U 为简单的牛顿引力势能项, 其他的项为其拓展; 其中 Φ_W 又被称为 Whitehead 项 [117]。

3.4 PPN 参数

在引入度规 (3.11–3.12) 的时候, 可以看到放在各种引力势能前面的 PPN 参数的一系列线性组合。线性组合的选取是为了能够让各个 PPN 参数的物理意义更加明确 [7]。这里把 PPN 参数的物理意义概括如下 [13]:

- β : 刻画引力理论的非线性程度;
- γ : 刻画单位质量产生的时空曲率;
- ξ : 刻画引力理论中是否存在优先位置, 即局域位置不变性的破坏;
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 刻画引力理论中是否存在优先参考系, 即局域洛伦兹对称性的破坏;
- $\alpha_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$: 刻画引力理论中是否存在能动量的不守恒。

在上面的分类中, α_3 出现了两次, 因为它同时刻画了引力理论中是否存在优先参考系与是否存在能动量守恒的破坏。

就如在前面所讨论的, 不同的引力理论给出不同的 PPN 参数值 [116]。在广义相对论中, $\beta = \gamma = 1, \xi = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 0$ 。在其它的引力替代理论中, 这些参数的表达形式一般来说会依赖于理论的固有参数, 具体例子可参见文献 [116, 13, 14, 118]。

3.5 拉格朗日量

这一节讨论用经典力学的拉格朗日形式来研究 PPN 引力框架。如果只考虑半保守 (semi-conservative) 的引力理论¹, 那么 $\alpha_3 = \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 0$, 我们有拉格朗日量为 [13],

$$L^{\text{N-body}} = L_{\beta, \gamma} + L_{\alpha_1} + L_{\alpha_2} + L_{\xi}, \quad (3.28)$$

其中

$$L_{\beta, \gamma} = \sum_A -m_A c^2 \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{v}_A^0)^2}{c^2}}$$

¹ 这里关于“保守”与“半保守”的定义与文献 [14] 一致——“保守”意味着系统在没有外界影响下角动量与四动量都守恒, 这时可含有 β, γ, ξ 三个 PPN 参数, 其他 PPN 参数都为零; “半保守”意味着四动量守恒, 但角动量守恒可以被破坏, 这时可以含有 $\beta, \gamma, \xi, \alpha_1, \alpha_2$ 五个 PPN 参数, 其他 PPN 参数都为零。

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{A \neq B} \frac{G_{AB} m_A m_B}{r_{AB}} \left[1 + \frac{1}{2c^2} [(\mathbf{v}_A^0)^2 + (\mathbf{v}_B^0)^2] - \frac{3}{2c^2} (\mathbf{v}_A^0 \cdot \mathbf{v}_B^0) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2c^2} (\hat{\mathbf{n}}_{AB} \cdot \mathbf{v}_A^0)(\hat{\mathbf{n}}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B^0) + \frac{\gamma}{c^2} (\mathbf{v}_A^0 - \mathbf{v}_B^0)^2 \right] \\
& \quad - \frac{2\beta - 1}{2} \sum_{B \neq A \neq C} \frac{G^2 m_A m_B m_C}{c^2 r_{AB} r_{AC}}, \tag{3.29}
\end{aligned}$$

$$L_{\alpha_1} = -\frac{\alpha_1}{4} \sum_{A \neq B} \frac{G m_A m_B}{c^2 r_{AB}} (\mathbf{v}_A^0 \cdot \mathbf{v}_B^0), \tag{3.30}$$

$$L_{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{4} \sum_{A \neq B} \frac{G m_A m_B}{c^2 r_{AB}} [(\mathbf{v}_A^0 \cdot \mathbf{v}_B^0) - (\hat{\mathbf{n}}_{AB} \cdot \mathbf{v}_A^0)(\hat{\mathbf{n}}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B^0)], \tag{3.31}$$

$$L_{\xi} = -\frac{\xi}{2} \frac{G^2}{c^2} \sum_{A, B} \frac{m_A m_B}{r_{AB}^3} \mathbf{r}_{AB} \cdot \left[\sum_C m_C \left(\frac{\mathbf{r}_{BC}}{r_{AC}} - \frac{\mathbf{r}_{AC}}{r_{BC}} \right) \right]. \tag{3.32}$$

这里 \mathbf{v}^0 是相对于优先坐标系的绝对速度。在上面的拉格朗日量中，我们还定义了有效引力常数 G_{AB} 和 Nordtvedt 参数 η ,

$$G_{AB} = G \left[1 + \eta \left(\frac{E_A^{\text{grav}}}{m_A c^2} + \frac{E_B^{\text{grav}}}{m_B c^2} \right) \right], \tag{3.33}$$

$$\eta \equiv 4\beta - \gamma - 3 - \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2. \tag{3.34}$$

其中，引力能的定义为

$$E_A^{\text{grav}} \equiv -\frac{G}{2} \int_A \int_A d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}' \frac{\rho(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}. \tag{3.35}$$

所给拉格朗日量也可通过重新定义参数，从文献 [119, 13, 120] 中的更普遍的 Einstein-Infeld-Hoffmann 拉格朗日量得到。Einstein-Infeld-Hoffmann 拉格朗日量为，

$$L = L^{(0)} + L^{(1)}/c^2, \tag{3.36}$$

其中，

$$\begin{aligned}
L^{(0)} &= \frac{1}{2} m_p v_p^2 + \frac{1}{2} m_c v_c^2 + \frac{\mathcal{G} G m_p m_c}{r}, \tag{3.37} \\
L^{(1)} &= \frac{1}{8} \mathcal{A}_p m_p v_p^4 + \frac{1}{8} \mathcal{A}_c m_c v_c^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Gm_p m_c}{2r} \left[3\mathcal{B}(v_c^2 + v_p^2) - 7\mathcal{C}(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_c) - \mathcal{E}(\mathbf{v}_p \cdot \hat{\mathbf{n}})(\mathbf{v}_c \cdot \hat{\mathbf{n}}) \right] \\
& - \frac{Gm_p m_c}{2r^2} [m_p \mathcal{D}_c + m_c \mathcal{D}_p]. \tag{3.38}
\end{aligned}$$

具体的计算可以发现，Einstein-Infeld-Hoffmann 拉格朗日量也是破坏“推促”不变性的拉格朗日量。与前面介绍的 PPN 框架中的相应的参数之间的转换关系为，

$$\mathcal{A}_p = \mathcal{A}_c = 1, \tag{3.39}$$

$$\mathcal{G} = \hat{G}/G, \tag{3.40}$$

$$\mathcal{B}/\mathcal{G} = \frac{1}{3}(2\gamma + 1), \tag{3.41}$$

$$\mathcal{C}/\mathcal{G} = \frac{1}{7}(4\gamma + \alpha_1 - \alpha_2 + 3), \tag{3.42}$$

$$\mathcal{E}/\mathcal{G} = \alpha_2 + 1, \tag{3.43}$$

$$\mathcal{D}_p/\mathcal{G}^2 = \mathcal{D}_c/\mathcal{G}^2 = 2\beta - 1. \tag{3.44}$$

第四章 脉冲星检验 PPN 框架

这一章中，我们讨论如何使用第一章中介绍的脉冲星计时的观测，来限制第三章中介绍的 PPN 框架中的 PPN 参数，特别是使用脉冲星双星的“轨道极化”现象来限制 α_1 [21]，用在 100 米口径的 Effelsberg 射电望远镜¹得到的单个脉冲星的脉冲轮廓观测来限制 α_2 [22] 和 ξ [23]。

其中， α_1 和 α_2 是跟优先参考系（preferred frame）相关的参数，所以需要提前确定优先参考系。从宇宙学的角度出发，一个最自然的选择就是选取宇宙微波背景辐射（cosmic microwave background; CMB）在零阶上各项同性的那个参考系。我们在以后的相关讨论中，把它选为我们的基准，并称为“CMB 参考系”。太阳系相对于 CMB 参考系的运动可以由 CMB 观测中的偶极成分得到。根据 WMAP 卫星（Wilkinson microwave anisotropy probe）观测的结果，该偶极成分为 $\delta T = 3.355 \pm 0.008 \text{ mK}$ ，故太阳系相对于 CMB 参考系的速度大小为 $369.0 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1}$ ，另可得到其在银河坐标系中的方向为 $(l, b) = (263.99^\circ \pm 0.14^\circ, 48.26^\circ \pm 0.03^\circ)$ [121, 122]。对于其它更一般的优先参考系的选取，原理上是一样的，下面所讨论的方法都是适用的，而且很容易得到相应的结果。

4.1 先前的限制

这里简要回顾一下在本章要讨论的对 PPN 参数的限制前，已有的物理、天文实验对 α_1 、 α_2 和 ξ 的限制。

- α_1 的最好的限制来自于月球激光测距实验（Lunar Laser Ranging; LLR），

¹ <http://www.mpifr-bonn.mpg.de/en/effelsberg>

所给限制为 [47]

$$\alpha_1 = (-0.7 \pm 1.8) \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.1)$$

更早些的限制有 Nordtvedt 和 Will 的来自地球物理和太阳系天体进动的限制 [8]、Damour 和 Esposito-Farèse 的来自于脉冲星 PSR 1855+09 的限制 [26]、Bell 等人的来自于 PSR J2317+1439 的限制 [123]、Wex 用一套自洽的统计方法得到的来自于的一组脉冲星的限制 [124]、以及 Wex 和 Kramer 发展的计时模型和他们用双脉冲星系统 (Double Pulsar) PSR J0737–3039 得到的限制 [120] 等。

- α_2 的最好限制来自于 Nordtvedt 在 1987 年用太阳的自转方向与太阳系的整体角动量的方向的夹角随时间演化的考虑 [27]，给出的限制为²

$$|\alpha_2| < 2.4 \times 10^{-7}. \quad (4.2)$$

但 Nordtvedt 使用了一个很强的关于太阳系在 46 亿年前刚形成时的关于系统总角动量与太阳的自转的方向相互平行的假设。其他的关于 α_2 的限制有 Nordtvedt 和 Will 的来自地球物理和太阳系天体进动的限制 [8]、Wex 和 Kramer 用双脉冲星系统 PSR J0737–3039 得到的限制 [120]、以及 Müller 等人从月球激光测距实验得到的限制 [47] 等。

- ξ 的最好限制来自于 Warburton 和 Goodkind 对比重计 (gravimeter) 数据的分析，最强的限制为 [48]，

$$|\xi| \lesssim 10^{-3}. \quad (4.3)$$

关于这个 Whitehead 参数的更详细的讨论可参考 Gibbons 和 Will 的综述性文章 [125]。

² 请注意，Nordtvedt [27] 采用的 PPN 参数的归一化因子与标准的 PPN 框架 [13] 有个数值为 2 的因子的差异，即 $\alpha_2^{\text{Nordtvedt}} = \frac{1}{2}\alpha_2$ 。

4.2 α_1 和脉冲星双星的“轨道极化”

这一小节分析 PPN 参数 α_1 对脉冲星双星的轨道动力学的影响（也会顺便提及 α_2 对脉冲星双星轨道的影响），并使用实际的观测数据，PSR J1012+5307 [126, 127] 和 PSR J1738+0333 [128, 46]，来限制 α_1 参数的大小（参见表格 4.1）。本节内容取自文献 [21]，有兴趣深入的读者请参考原始文献更详细、更深入的计算与讨论。

4.2.1 理论分析

我们这里先忽略 Whitehead 项 L_ξ ，那么从多体的拉格朗日量 (3.28) 出发，我们很容易得到二体的拉格朗日量由以下三部分组成³，

$$L_{\beta,\gamma} = -m_p c^2 \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{v}_p^0)^2}{c^2}} - m_c c^2 \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{v}_c^0)^2}{c^2}} + \frac{Gm_p m_c}{r} \left[1 + \frac{(\mathbf{v}_p^0)^2 + (\mathbf{v}_c^0)^2}{2c^2} - \frac{3(\mathbf{v}_p^0 \cdot \mathbf{v}_c^0)}{2c^2} - \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_p^0)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_c^0)}{2c^2} + \gamma \frac{(\mathbf{v}_p^0 - \mathbf{v}_c^0)^2}{c^2} - (2\beta - 1) \frac{GM}{2c^2 r} \right], \quad (4.4)$$

$$L_{\alpha_1} = -\alpha_1 \frac{Gm_p m_c}{r} \frac{(\mathbf{v}_p^0 \cdot \mathbf{v}_c^0)}{2c^2}, \quad (4.5)$$

$$L_{\alpha_2} = \alpha_2 \frac{Gm_p m_c}{r} \frac{(\mathbf{v}_p^0 \cdot \mathbf{v}_c^0) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_p^0)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_c^0)}{2c^2}, \quad (4.6)$$

其中，我们定义了双星的距离为 $\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_c$ ，且有 $r \equiv |\mathbf{r}|$ 和 $\mathbf{n} \equiv \mathbf{r}/r$ 。“绝对速度” $\mathbf{v}_i^0 \equiv \mathbf{v}_i + \mathbf{w}$ ($i = p, c$) 包含有两部分，其中 $\mathbf{v}_i \equiv \dot{\mathbf{r}}_i$ 为双星成员绕质心做轨道运动的速度， \mathbf{w} 为双星系统作为整体相对于优先参考系的速度。

拉格朗日量的 $L_{\beta,\gamma}$ 部分是推促不变的 (boost invariant)，含有 Eddington-Robertson-Schiff 参数 β 、 γ ；而 L_{α_1} 和 L_{α_2} 这两部分破坏推促不变性。采用 Euler-Lagrange 方程，

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = 0, \quad (4.7)$$

结合“后伽利略变换” [129]，就可以得到脉冲星的坐标 \mathbf{r}_p 和伴星的坐标 \mathbf{r}_c 的运

³ 更普遍的 Einstein-Infeld-Hoffmann 拉格朗日量中可以多出 \mathcal{A}_p 、 \mathcal{A}_c 两个参数 [13, 120]（参见第三章），但在我们这里讨论的中子星—白矮星系统中，这两个参数的影响受到压制，详细分析参见文献 [21]。

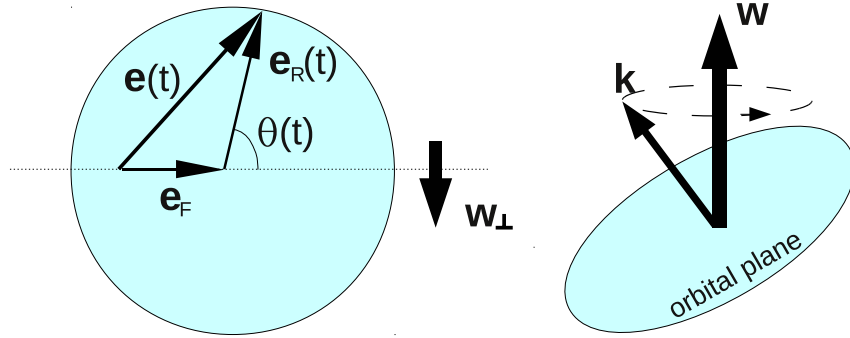


图 4.1: α_1 (左) 和 α_2 (右) 对脉冲星双星轨道的动力学的影响的示意图。其中左图表示 α_1 导致的“轨道进动”的效应，即所观测到的椭圆率矢量 $\mathbf{e}(t)$ 为固定的椭圆率矢量 \mathbf{e}_F 与旋转的椭圆率矢量 $\mathbf{e}_R(t)$ 的矢量叠加。右图表示轨道角动量在 α_2 参数影响下绕着固定方向 \mathbf{w} 做进动。详细的描述请参见正文。该图取自文献 [130]。

动方程。相减便得到双星之间的相对运动方程为，

$$\ddot{\mathbf{r}} \equiv \ddot{\mathbf{r}}_p - \ddot{\mathbf{r}}_c = \mathbf{A}^{(N)} + \mathbf{A}^{(PN)}/c^2 + \mathbf{A}^{(w)}/c^2, \quad (4.8)$$

其中 $\mathbf{A}^{(N)} = -GM\mathbf{n}/r^2$ 为牛顿加速度， $\mathbf{A}^{(PN)}/c^2$ 为与绝对速度 \mathbf{w} 无关的在 1PN 阶上的加速度， $\mathbf{A}^{(w)}/c^2$ 是与 \mathbf{w} 相关的加速度（若 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ，便有 $\mathbf{A}^{(w)}/c^2 = 0$ ）。加速度的具体表达式可参考 [26, 13, 120]。

有了加速度的表达式，我们便可以采用在章节 2.4 中介绍的轨道微扰的办法，求得双星系统的轨道参数随时间的演化。由于 $\mathbf{A}^{(PN)}/c^2$ 的分量都在轨道平面内，所以它对升交点经度 Ω 和轨道倾角 i 没有影响，具体的计算表明，在轨道周期平均的意义上（即做 $\langle f \rangle \equiv \frac{1}{P_b} \int_{t_0}^{t_0+P_b} f dt$ ），它对轨道椭圆率 e 和半主轴 a 也没有影响。 $\mathbf{A}^{(PN)}/c^2$ 对近星点进动有贡献，在轨道周期内做平均后得，

$$\dot{\omega}_{PN} = \frac{3\mathcal{V}_O^2 \mathcal{F}}{c^2(1-e^2)} n_b, \quad (4.9)$$

其中 \mathcal{V}_O 和 \mathcal{F} 的定义为

$$\mathcal{V}_O \equiv (GMn_b)^{1/3}, \quad (4.10)$$

$$\mathcal{F} \equiv \frac{1}{3}(2 + 2\gamma - \beta) + \frac{1}{6}(2\alpha_1 - \alpha_2)X_p X_c, \quad (4.11)$$

公式中的 $X_c \equiv m_c/M$ 、 $X_p = m_p/M = 1 - X_c$ 。在广义相对论中，由于有 $\beta = \gamma = 1$ ， $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ，故 $\mathcal{F} = 1$ 。

为了讨论的方便，我们定义 $\mathbf{l} \equiv \sqrt{1 - e^2} \mathbf{k}$ 和“椭率向量” $\mathbf{e} \equiv e \mathbf{a}$ （长度为 e ，方向与 Laplace-Runge-Lenz 向量一致，即从双星的质心指向双星的近星点）[26, 21]。使用章节 2.4 的轨道微扰的计算，便可得到在轨道平均的意义上， $\mathbf{A}^{(\text{PN})}/c^2$ 和 $\mathbf{A}^{(\text{w})}/c^2$ 中与 α_1 有关的项对轨道的贡献有，

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle_{\text{PN}+\alpha_1} = 0, \quad (4.12)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle_{\text{PN}+\alpha_1} = \frac{\alpha_1}{2c^2} \frac{q-1}{q+1} n_b \mathcal{V}_O e F_e (\mathbf{b} \times \mathbf{w}), \quad (4.13)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{e}}{dt} \right\rangle_{\text{PN}+\alpha_1} = e \dot{\omega}_{\text{PN}} \mathbf{b} + \frac{\alpha_1}{2c^2} \frac{q-1}{q+1} n_b \mathcal{V}_O F_e \times \left(\sqrt{1 - e^2} w_a \mathbf{a} + w_b \mathbf{b} - \frac{e^2 w_k}{\sqrt{1 - e^2}} \mathbf{k} \right), \quad (4.14)$$

其中，我们定义了 $q \equiv m_p/m_c$ 为脉冲星与伴星的质量比⁴，以及一个只依赖于椭率的函数 [120]，

$$F_e \equiv \frac{1}{1 + \sqrt{1 - e^2}}, \quad (4.15)$$

对于束缚轨道来说， F_e 的取值范围为 $[\frac{1}{2}, 1)$ 。

当轨道椭率很小 ($e \ll 1$) 时，有 $F_e \simeq 1/2$ 和 $\mathbf{l} \simeq \mathbf{k}$ ，并且考虑到我们使用的脉冲星的参数有如下的数值关系， $e \lesssim 10^{-6}$ 、 $w^2/c^2 \sim \mathcal{V}_O w/c^2 \sim \mathcal{V}_O^2/c^2 \sim 10^{-6}$ （参见表格 4.1），我们可以近似地得到，

$$\left\langle \frac{d\mathbf{k}}{dt} \right\rangle_{\text{PN}+\hat{\alpha}_1} \simeq 0, \quad (4.16)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{e}}{dt} \right\rangle_{\text{PN}+\hat{\alpha}_1} \simeq e \dot{\omega}_{\text{PN}} \mathbf{b} + \frac{\hat{\alpha}_1}{4c^2} \frac{q-1}{q+1} n_b \mathcal{V}_O \mathbf{w}_\perp. \quad (4.17)$$

其中我们定义了 $w = |\mathbf{w}|$ 和 \mathbf{w} 在轨道平面内的投影 $\mathbf{w}_\perp \equiv w_a \mathbf{a} + w_b \mathbf{b}$ 。从这两个

⁴ 在结合光学白矮星的光谱观测和射电的脉冲星计时观测中， q 是一个可观测量 [128, 111]。

式子可以看到，对于近圆轨道来说， α_1 （以及 $\mathbf{A}^{(\text{PN})}/c^2$ ）引起的变化都在轨道平面内。

Damour 和 Esposito-Farèse 在文献 [26] 中对上述方程积分后，对演化行为进行了等效的几何的描述，参见图 4.1 的左边。他们定义了一个“外加的椭率矢量”（forced eccentricity vector），

$$\mathbf{e}_F = \frac{\alpha_1}{4c^2} \frac{q-1}{q+1} \frac{n_b}{\dot{\omega}_{\text{PN}}} \mathcal{V}_O \mathbf{k} \times \mathbf{w}. \quad (4.18)$$

这是一个常矢量，与参数 α_1 成正比，方向在轨道平面内，且与 \mathbf{w} 垂直。这样一来，我们实际观测到的椭率矢量 $\mathbf{e}(t)$ ，可以看作是两部分的矢量和，

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{e}_F + \mathbf{e}_R(t), \quad (4.19)$$

其中 $\mathbf{e}_R(t)$ 等于广义相对论中以常速率进动的矢量。

同理，用轨道微扰对 α_2 参数的分析计算可得 [21]，

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle_{\hat{\alpha}_2} = 0, \quad (4.20)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle_{\hat{\alpha}_2} = \frac{\hat{\alpha}_2}{c^2} n_b F_e (w_k \mathbf{k} + e^2 F_e w_b \mathbf{b}) \times \mathbf{w}, \quad (4.21)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{e}}{dt} \right\rangle_{\hat{\alpha}_2} = \frac{\hat{\alpha}_2}{c^2} n_b F_e \left(F_e \sqrt{1-e^2} w_a w_b \mathbf{a} - F_e \frac{w_a^2 - w_b^2}{2} \mathbf{b} + w_b w_k \mathbf{k} \right) e, \quad (4.22)$$

其中 (w_a, w_b, w_k) 是 \mathbf{w} 在坐标系 $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k})$ 中的分量。且对于 $e \ll 1$ 的近圆轨道而言，有

$$\left\langle \frac{d\mathbf{k}}{dt} \right\rangle_{\hat{\alpha}_2} \simeq \frac{\hat{\alpha}_2}{2c^2} n_b w_k \mathbf{k} \times \mathbf{w}, \quad (4.23)$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{e}}{dt} \right\rangle_{\hat{\alpha}_2} \simeq 0. \quad (4.24)$$

这两个式子告诉我们，对于近圆轨道， α_2 的作用是使得轨道角动量绕着 \mathbf{w} 方向以常速率进动，几何解释请参见图 4.1（右）⁵。所以，对近圆轨道来说， α_1 和 α_2

⁵ 根据这一图景，当轨道角动量绕着 \mathbf{w} 进动，它的方向与我们视线的方向之间的夹角 i 会发生变化，从

的贡献可以完全分开考虑，而相互不受影响 [130]。

4.2.2 脉冲星双星系统

我们简要回顾一下在 α_1 的检验中所使用的脉冲星双星系统 PSR J1012+5307 和 PSR J1738+0333 的观测事实。

PSR J1012+5307 是个小椭率的中子星—白矮星系统，轨道周期是 14.5 个小时。该双星系统是 1993 年在 Jodrell Bank 天文台用 76 米的 Lovell 射电望远镜发现的 [131]，结合光学波段的观测知道伴星是个白矮星 [132]。其后 Callanan 等人用光学波段的观测，使用白矮星的大气模型得到了伴星的质量 m_c ；使用白矮星的光谱红移随时间的变化（结合射电波段的观测）得到脉冲星与白矮星的质量比 q ，以及该系统作为整体的速度在视线方向的投影 v_r [133]。另外，射电波段的观测可给出系统在天空平面上的自行速度。结合径向速度和天空平面上的自行速度可得到系统的相对于太阳系质心的三维速度；再结合 WMAP 的观测，通过矢量叠加可得到系统相对于 CMB 参考系的“绝对速度”。Lange 等人用 Effelsberg 和 Lovell 射电望远镜的观测，在 ELL1 计时模型下⁶，得到了该双星系统的计时参数 [126]。所得的参数被用来检验引力波偶极辐射。Lazaridis 等人使用 EPTA 的观测数据，得到了更准确的计时精度，并做了更严格的引力检验 [127]。这里 α_1 检验所采用的系统的具体数值请参考表格 4.1。

PSR J1738+0333 也是一个小椭率的中子星—白矮星系统，轨道周期是 8.5 个小时。它是 2001 年在 Parkes 射电望远镜的高银纬巡天（Parkes high Galactic latitude survey）中被发现的 [134]，其后常规性地用 305 米的 Arecibo 射电望远镜观测 [46]。它的伴星足够亮到做精细的光谱观测，Antoniadis 等人从光学观测中（结合射电计时观测）得到了该系统的视线方向的速度 v_r 、伴星的质量 m_c 、脉冲星与白矮星的质量比 q [128]。所以，PSR J1738+0333 也是一个检验洛伦兹对

而导致投影到视线方向的半主轴的长度 $x \equiv a \sin i/c$ 发生变化。从 PSR J1012+5307 和 PSR J1738+0333 的观测数据中，我们可以限制这样一种变化，从而限制 α_2 参数，得到 [21]，

$$|\alpha_2| < 1.8 \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.25)$$

因为我们下节将要讲的从单脉冲星 PSR B1937+21 和 PSR J1744–1134 中得到的 α_2 的限制 [22] 要远远好于这个限制，所以我们这里重点是指出 α_2 的存在不会影响 α_1 的限制，而关于用脉冲星双星做 α_2 的限制的内容不再详细讨论，有兴趣的读者请参考文献 [21]。

⁶ ELL1 计时模型是在 Damour-Deruelle 计时模型的基础上，考虑到对于小椭率双星系统轨道椭率 e 与近星点经度 ω 的强相关，引入了 Laplace-Lagrange 参数 $\eta \equiv e \sin \omega$ 和 $\kappa \equiv e \cos \omega$ 来取代 e 和 ω ，打破了拟合参数之间的关联性 [126]。

表 4.1: PSR J1012+5307 [127, 126]、PSR J1738+0333 [46, 128] 和 PSR J0348+0432 [111] 的相关参数。其中 η 已经根据文献 [126] 的公式 (A22) 减去了拟合过程中来自 Shapiro 延迟的贡献。表格中轨道倾角 i 只给出了分支 $i < 90^\circ$ 的解, 另有一支解为 $180^\circ - i$ 。括弧内的数字表示所给结果的最后数字位的 $1-\sigma$ 的误差。表格取自文献 [127, 46, 111, 21, 24]。

脉冲星	J1012+5307	J1738+0333	J0348+0432
观测量			
观测时间, T_{obs} (year)	~ 15 [127]	~ 10 [46]	~ 4 [111]
赤经, α (J2000)	10 ^h 12 ^m 33 ^s .4341010(99)	17 ^h 38 ^m 53 ^s .9658386(7)	03 ^h 48 ^m 43 ^s .639000(4)
赤纬, δ (J2000)	53°07'02".60070(13)	03°33'10".86667(3)	04°32'11".4580(2)
α 方向自行, μ_α (mas yr ⁻¹)	2.562(14)	7.037(5)	4.04(16)
δ 方向自行, μ_δ (mas yr ⁻¹)	-25.61(2)	5.073(12)	3.5(6)
自转周期, P (ms)	5.255749014115410(15)	5.850095859775683(5)	39.1226569017806(5)
轨道周期, P_b (day)	0.60467271355(3)	0.3547907398724(13)	0.102424062722(7)
半主轴投影, x (lt-s)	0.5818172(2)	0.343429130(17)	0.14097938(7)
$\eta \equiv e \sin \omega$ (10 ⁻⁷)	-1.4 \pm 3.4	-1.4 \pm 1.1	19 \pm 10
$\kappa \equiv e \cos \omega$ (10 ⁻⁷)	0.6 \pm 3.1	3.1 \pm 1.1	14 \pm 10
x 的时间导数, \dot{x} (10 ⁻¹⁵ s s ⁻¹)	2.3(8)	0.7(5)	...
质量比, $q \equiv m_1/m_2$	10.5(5)	8.1(2)	11.70(13)
伴星质量, m_2 (M _⊙)	0.16(2)	0.181 ^{+0.008} _{-0.007}	0.172(3)
脉冲星质量, m_1 (M _⊙)	1.64(22)	1.46 ^{+0.06} _{-0.05}	2.01(4)
$\delta X \equiv (q-1)/(q+1)$	0.826(8)	0.780(5)	0.843(2)
估测量			
$ \dot{x} $ 上限 (10 ⁻¹⁵ s s ⁻¹)	1.9
$ \eta $ 上限 (10 ⁻¹⁴ s ⁻¹)	0.25	0.12	2.7
$ \kappa $ 上限 (10 ⁻¹⁴ s ⁻¹)	0.23	0.12	2.7
基于广义相对论的推导量			
轨道倾角, i (deg)	52(4)	32.6(10)	40.2(6)
近星点进动, $\dot{\omega}$ (deg yr ⁻¹)	0.69(6)	1.57(5)	14.9(2)
特征速度, \mathcal{V}_0 (km s ⁻¹)	308(13)	355(5)	590(4)

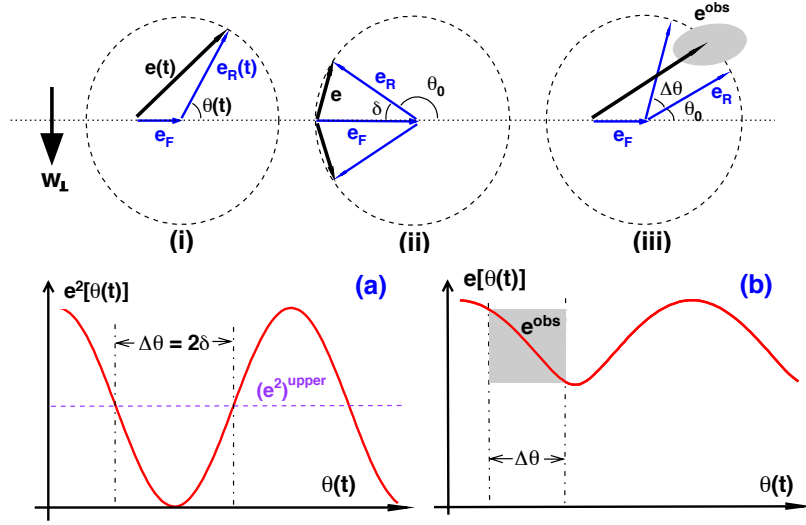


图 4.2: 直接检验 α_1 导致轨道极化的示意图 [21]。(i) 观测到的椭率矢量 $\mathbf{e}(t)$ 是固定长度、匀速旋转的椭率矢量 $\mathbf{e}_R(t)$ 和固定长度和方向、由 α_1 导致的椭率矢量 \mathbf{e}_F 的叠加 [26, 21]。(ii) 轨道极化演化中最不幸的演化情形——在观测时间 T_{obs} 内, 旋转的椭率矢量转动角度 $\Delta\theta = 2\delta$, 在观测时间为 $T_{\text{obs}}/2$ 时, \mathbf{e}_F 和 $\mathbf{e}_R(t)$ 正好抵消。这种情形是最保守的情形, 可用于观测到的圆轨道双星, 如 *PSR J1012+5307*。(iii) “轨道极化”演化的一般情形。在观测时间 T_{obs} 内, 旋转的椭率矢量转出 $\Delta\theta$ 的角度, 在实际拟合中以常矢量拟合出来的椭率矢量在灰色所示区域内。(a) $|\mathbf{e}|^2$ 随着 $\theta(t) = \theta_0 + \omega t$ 的变化, 其中所示 $\Delta\theta = 2\delta$ 对应于 (ii) 中的演化情形。(b) $|\mathbf{e}|$ 随着 $\theta(t)$ 演化的情况, 其中所示 $\Delta\theta$ 部分对应于 (iii) 中所示的演化情形。该图取自文献 [21]。

称性破坏的理想实验室。

4.2.3 实验限制

Damour 和 Esposito-Farèse 根据前面的 α_1 参数对轨道椭率向量的影响, 建议用近圆的脉冲星双星系统对 α_1 做限制。由于脉冲星观测中的升交点经度 Ω 一般来说是不可测量的、且当时他们找到的脉冲星—白矮星系统 PSR 1855+09 并没有明确自行的测量, 所以他们只好假设脉冲星系统与太阳系相对静止, 且对于 Ω 的取值, 他们延续 Damour 和 Schäfer 用脉冲星检验强等效原理的工作 [135], 采用了概率性的假设, 即 Ω 可在 0 到 2π 中随机取值⁷。根据这样一个图像, 他们发展了一种对 α_1 进行概率性地限制的方法, 并得到了用脉冲星系统对 α_1 的首个限

⁷ 或者说, 在 Bayes 框架中, Ω 的先验概率在 $[0, 2\pi)$ 是平的, 即我们对其一无所知。

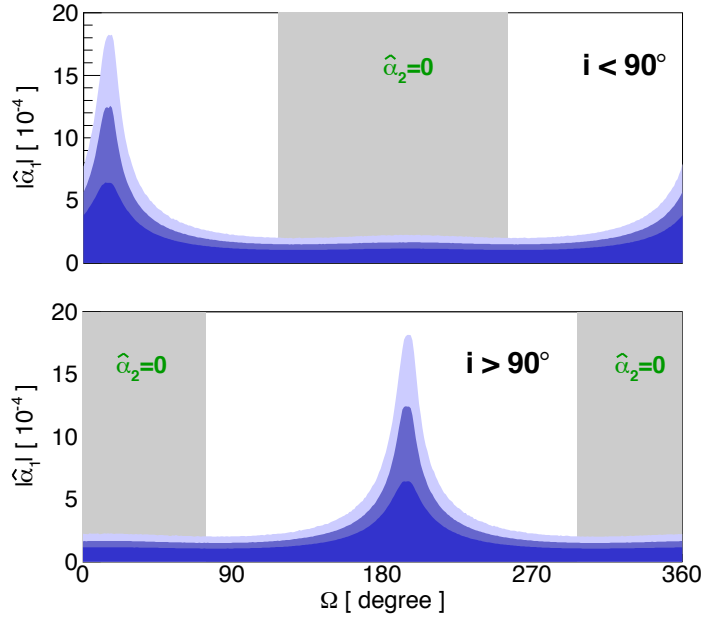


图 4.3: 脉冲星 *PSR J1012+5307* 对 PPN 参数 α_1 的限制随升交点经度 Ω 的变化; 不同颜色分别表示 $1\text{-}\sigma$ 、 $2\text{-}\sigma$ 、 $3\text{-}\sigma$ 的限制。由于我们对 Ω 并没有测量, 所以最保守的限制取自限制最差的地方。如, 当 $i < 90^\circ$ 时 (上图), 我们取 $\Omega \simeq 15^\circ$, 或者, 当 $i > 90^\circ$ 时 (下图), 我们取 $\Omega \simeq 195^\circ$ 。图中标出了当 $\alpha_2 = 0$ 时, Ω 的取值范围为灰色区域 (由 \dot{x} 的观测决定, 具体讨论参见文献 [21])。该图取自文献 [21]。

制: $|\alpha_1| < 5.0 \times 10^{-4}$ (90% CL)。这套方法也被其后的研究者所采用和进一步发展 [123, 124], 但一直都没能抛开概率性的假设。

我们这里发展一套不需要概率性假设的用脉冲星双星系统检验 α_1 的方法, 并把它应用到实际的脉冲星观测上, 得到对 α_1 更强的限制 [21]。该方法的原理如图 4.2 所示。Damour 和 Esposito-Farèse 考虑的情形其实是 $\mathbf{e}_R(t)$ 和 \mathbf{e}_F 两个向量在长期的历史演化中相互抵消的可能性, 而并没有真正考虑在观测的时标内, 两个向量演化情况的可观测性; 或者说, 他们考虑的是椭率向量 $\mathbf{e}(t)$ 本身随时间的概率分布, 而我们提出的方法考虑的是它随时间的演化, 即 $d\mathbf{e}(t)/dt$ 。我们在图 4.2 的 (ii) 和 (iii) 中分别给出了在观测时间 T_{obs} 内, 椭率向量可能有的演化情况。下面对其做更详细的讨论。

图 4.2 的 (ii) 中所给的是最保守的情况, 即在观测时间 T_{obs} 的中间, $\mathbf{e}_R(t)$ 和 \mathbf{e}_F 相互彻底抵消, 导致我们观测不到椭率 (或者说, 只能给出一个椭率的上限, 如 *PSR J1012+5307* [127])。这种情况出现的可能性很小; 但即使是出现了,

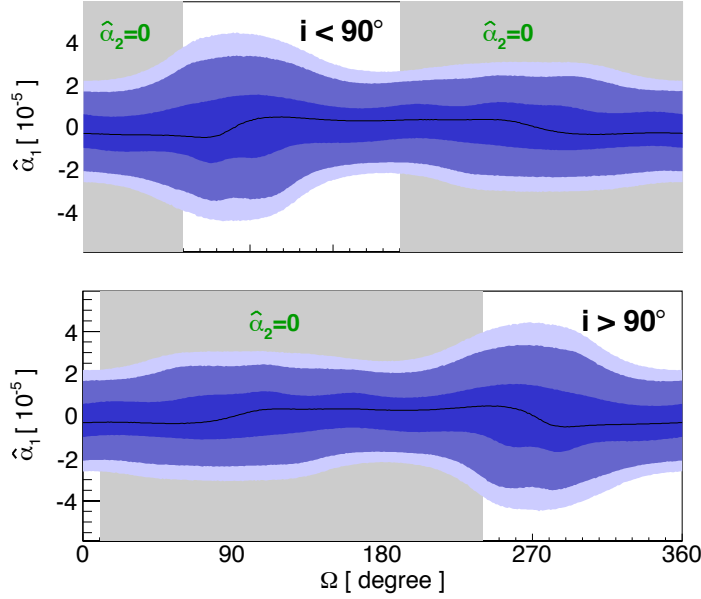


图 4.4: 脉冲星 *PSR J1738+0333* 对 PPN 参数 α_1 的限制随升交点经度 Ω 的变化; 不同颜色分别表示 $1\text{-}\sigma$ 、 $2\text{-}\sigma$ 、 $3\text{-}\sigma$ 的限制。由于我们对 Ω 并没有测量, 所以最保守的限制取自限制最差的地方。如, 当 $i < 90^\circ$ 时 (上图), 我们取 $\Omega \simeq 92^\circ$, 或者, 当 $i > 90^\circ$ 时 (下图), 我们取 $\Omega \simeq 273^\circ$ 。图中标出了当 $\alpha_2 = 0$ 时, Ω 的取值范围为灰色区域。该图取自文献 [21]。

我们仍可能通过在该观测时间内、没有测到椭率的变化这个事实, 得到对 e_F 大小的限制 [21],

$$e_F \leq \frac{\bar{e}}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta / \delta^2}}, \quad (4.26)$$

其中 \bar{e} 是观测上给出的轨道椭率的上限; $\Delta\theta = 2\delta = \dot{\omega}_{\text{PN}} T_{\text{obs}}$ 是在观测时间 T_{obs} 内, 由于相对论性的近星点进动, 导致的 $\mathbf{e}_R(t)$ 总共进动的角度。

对于 *PSR J1012+5307* 来说, 在它 15 年的观测时间内, 广义相对论下得到的进动角度为 $\Delta\theta \simeq 10^\circ$ (或者有, $\delta = \Delta\theta/2 \simeq 5^\circ$)⁸。根据方程 (4.26) 的结果, 我们可以代入方程 (4.18) 中 $e_F \equiv |\mathbf{e}_F|$ 的表达式, 得到,

$$|\alpha_1|^{\text{upper}} = \frac{1}{\pi^2(q-1)} \frac{\bar{e} P_b^2}{x} \frac{\dot{\omega}_{\text{PN}}}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta / \delta^2}} \left(\frac{\sin i}{\sin \psi} \right) \left(\frac{w}{c} \right)^{-1}, \quad (4.27)$$

⁸ 由于我们所采用的数据是 Lazaridis 等人 15 年的计时观测得到的拟合结果 [127], 故这里取观测时间 $T_{\text{obs}} = 15$ 年。

其中 ψ 为轨道角度量与 \mathbf{w} 的夹角（参见文献 [21] 的图 1）。由于我们这里考虑的 δ 很小，故上式又可简化为（使用泰勒展开 $\sqrt{1 - \sin^2 \delta / \delta^2} \simeq \delta / \sqrt{3} = \dot{\omega} T_{\text{obs}} / 2\sqrt{3}$ ），

$$|\alpha_1|^{\text{upper}} \simeq \frac{2\sqrt{3}}{\pi^2(q-1)} \frac{\bar{e} P_b^2}{x T_{\text{obs}}} \left(\frac{\sin i}{\sin \psi} \right) \left(\frac{w}{c} \right)^{-1}. \quad (4.28)$$

这样简化的好处是去除了限制对于 $\dot{\omega}_{\text{PN}}$ 的依赖（在 PSR J1012+5307 系统中， $\dot{\omega}$ 尚未被观测到，表格 4.1 中所给的是在广义相对论下的计算值）。

根据 PSR J1012+5307 的观测结果，我们通过蒙特·卡罗的模拟，考虑到所有的测量误差，用方程 (4.28) 得到了 α_1 的限制，如图 4.3 所示。由于我们对 Ω 并无测量，我们这里选取限制最差的那个 Ω ，得到

$$|\alpha_1| < 1.3 \times 10^{-3} \quad (95\% \text{ C.L.}). \quad (4.29)$$

图 4.2 中的 (iii) 和 (b) 示意了在有测量的椭率的脉冲星双星系统（如 PSR J1738+0333），限制 α_1 参数的方法。在 PSR J1738+0333 系统中，10 年的观测数据给出一个约 $3\text{-}\sigma$ 的椭率测量 [46]。根据广义相对论的近星点进动的计算，表明这 10 年间 $\mathbf{e}_R(t)$ 的转动大约为 16° 。我们可以用这 $3\text{-}\sigma$ 的测量，来帮助我们更好地检验 α_1 ⁹。我们发展了一套用蒙特·卡罗模拟的方法去有效地限制引力中的局域洛伦兹对称性破坏的方法。首先，我们随机地从一个足够大的范围内生成 α_1 、 e_R 、 θ_0 的值，然后用它们去根据前面洛伦兹对称性破坏的动力学方程去模拟演化整个观测时标内的运动学，并把演化结果记录下来。倘若演化结果满足如下两个条件，则把它们存储起来：(i) 整个观测时标内的时间平均的 η 和 κ 值要在测量的值的 $2\text{-}\sigma$ 的范围内¹⁰；(ii) 观测时标内的 η 和 κ 的变化方差要小于测量的 η 和 κ 的测量误差（参见表格 4.1）。以上两条要求是观测上非常自然的要求。我们代入 PSR J1738+0333 的参数，模拟该过程，并对每一个 Ω 的取值记录下 100000 组值。从这些值中便可读出 α_1 允许的分布与方差，如图 4.4 所示。可以看到，这套方法下，PSR J1738+0333 所得到的限制对 Ω 的依赖关系很弱，这

⁹ 文献 [136] 也采用了类似的测量信息去改善他们的关于强等效原理的检验。

¹⁰ 我们也尝试了 $1\text{-}\sigma$ 和 $3\text{-}\sigma$ 的情况，并不显著影响后面的数值结果。

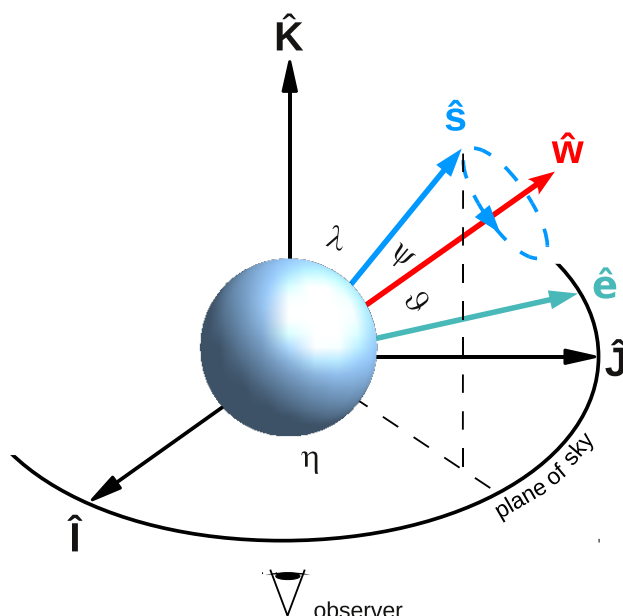


图 4.5: 用单脉冲星的脉冲轮廓的观测来检验 α_2 的示意图。其中 \hat{s} 为脉冲星的自转方向, \hat{w} 为脉冲星的“绝对速度”方向, $\hat{e} \equiv \hat{K} \times \hat{s} / |\hat{K} \times \hat{s}|$ 为在脉冲星的赤道平面内、且与 \hat{S} 垂直的单位矢量。 $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ 坐标系与图 1.2 中的定义一致。该图取自文献 [22]。

正是我们所期待的。参照前面的处理, 我们从中读出最保守的取值,

$$\alpha_1 = -0.4_{-3.1}^{+3.7} \times 10^{-5} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.30)$$

这个限制是目前为止对 α_1 的最好的限制, 比从月球测距实验得到的限制 [47] 强了约 5 倍。该限制被收入 Will 的 Living Reviews in Relativity 中 [14]。

4.3 α_2 和单脉冲星的自旋进动

这节介绍用单脉冲星 (solitary pulsar) 的自旋演化和在德国波恩的 Effelsberg 射电天文望远镜上对 PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 的脉冲轮廓的观测来检验 PPN 参数 α_2 的工作。更详细的分析与讨论参见文献 [22]。

4.3.1 理论分析

从章节 3.5 的方程 (3.31) 出发, Nordtvedt 推导出, 对于一个处于平衡态的星体而言, α_2 会引起其自转方向绕着它的“绝对速度” \mathbf{w} 的方向做进动, 进动角频率为,

$$\Omega^{\text{prec}} = -\frac{\alpha_2}{2} \left(\frac{2\pi}{P} \right) \left(\frac{w}{c} \right)^2 \cos \psi, \quad (4.31)$$

其中 P 是星体自转的周期, ψ 为自转轴方向与 \mathbf{w} 的夹角 (见图 4.5)。我们上节讨论了 α_2 在近圆的双星系统中引起双星的轨道角动量绕着 \mathbf{w} 方向做进动, 与这里的效应是类似的 [21]。Nordtvedt 使用这个进动, 并假设太阳系在 46 亿年前刚形成时的系统总角动量的方向与太阳自转的方向是重合的, 根据现在这两个方向的夹角 $\simeq 6^\circ$ [137, 138, 139], 他得到了非常强的限制结果 (4.2)。这个限制得益于 Nordtvedt 所考虑的很长的时标 (约 50 亿年), 所以一直都没有被其它实验所超越。

从方程 (4.31) 我们注意到, 可以采用毫秒脉冲星的短周期 P 来“放大” PPN 参数 α_2 带来的这个效应。如果存在这么一种进动, 那么它将改变脉冲星的自转方向与我们观测它的视线方向的夹角 λ 。这种改变将进一步改变我们所看到的脉冲星的辐射束的位置, 从而改变地球上接收到的脉冲信号的轮廓 [22]。通过脉冲轮廓的变化去寻找脉冲星自转可能的进动这种方法, 以前就多次在寻找脉冲星双星系统的测地线进动 (geodetic precession) 中使用过 [140, 141, 80, 142, 143]。其中观测量包括不同峰值之间的距离的变化、不同峰值强度比例的变化 [140, 141]、线性极化曲线的变化 [80]、极化位置角的绝对值 [142] 等¹¹。

从纯几何的角度出发, 进动 (4.31) 将导致 λ 的变化率为,

$$\frac{d\lambda}{dt} = \Omega^{\text{prec}} \hat{\mathbf{w}} \cdot \left(\frac{\hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{s}}}{|\hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{s}}|} \right) \equiv \Omega^{\text{prec}} \cos \vartheta, \quad (4.32)$$

其中, ϑ 为 $\hat{\mathbf{w}} \equiv \mathbf{w}/w$ 和 $\hat{\mathbf{e}} \equiv \hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{s}}/|\hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{s}}|$ 之间的夹角 (参见图 4.5)。为了避免脉冲星的辐射模型的复杂性, 我们采用最简单的几何锥模型 (cone model) [144]; 更多的关于该模型的讨论请参考文献 [57, 145]。在几何锥模型中, 简单的几何关

¹¹ 我们为了避免在双星轨道运动中由于自转和角动量的耦合带来的复杂性 (如, 测地线进动), 从而采用单脉冲星的观测数据。

表 4.2: 检验 α_2 所用的 *PSR B1937+21* 和 *PSR J1744-1134* 的相关参数。绝大多数参数来自于脉冲星计时观测 [146]; 自转朝向与辐射相关的参数 (α 和 ζ) 来自于射电观测与 γ 射线观测的光变曲线对模型的拟合 [147, 148]。在距离参数中, *Lutz-Kelker* 偏差已经做了修正 [149]。散射时标 τ_s 的计算采用了文献 [150] 中的经验公式, 并分别列出了 1410 兆赫兹/1360 兆赫兹下的结果。关于脉冲宽度分析的结果来自于文献 [22]; 其中对 *PSR B1937+21* 来说, 对 MP1 和 IP 的分析结果已经分别列出。括号中的数值代表末尾数 $1-\sigma$ 的误差。表格取自文献 [22]。

脉冲星	B1937+21	J1744-1134
发现年份	1982 [151]	1997 [152]
赤经, α (J2000)	19 ^h 39 ^m 38 ^s .561297(2)	17 ^h 44 ^m 29 ^s .403209(4)
赤纬, δ (J2000)	+21°34′59″.12950(4)	-11°34′54″.6606(2)
自转周期, P (ms)	1.55780653910(3)	4.074545940854022(8)
α 、 δ 、 P 的参考日期 (MJD)	54219	53742
α 方向的自行, μ_α (mas yr ⁻¹)	0.072(1)	18.804(8)
δ 方向的自行, μ_δ (mas yr ⁻¹)	-0.415(2)	-9.40(3)
视差, π (mas)	0.14 ^{+0.05} _{-0.03}	2.4(1)
色散量, DM (cm ⁻³ pc)	71.0227(5)	3.1380(3)
磁倾角, α (deg)	75 ⁺⁸ ₋₆	105 ⁺⁶ ₋₈
观测角, ζ (deg)	80(3)	51 ⁺¹⁶ ₋₁₉
散射时标, τ_s (ns)	826/949	85 ⁺³ ₋₁₂
数据范围 (MJD)	50693-55725	0.20/0.23
50% 处的脉冲宽度, W_{50} (deg)	50460-55962	12.53(3)
变化率, dW_{50}/dt (10 ⁻³ deg yr ⁻¹)	8.281(9) 10.245(17)	1.3(72)
频率之间的跃变, ΔW_{50} (deg)	-3.2(34) 3.5(66)	0.12(3) 0.04(6)
		-

系就给出 [144],

$$\sin^2\left(\frac{W}{4}\right) = \frac{\sin^2(\rho/2) - \sin^2(\beta/2)}{\sin(\alpha + \beta) \sin \alpha}, \quad (4.33)$$

其中 W 是脉冲的宽度, α 是自转轴与磁轴之间的夹角, $\beta = 180^\circ - \lambda - \alpha$, ρ 是开放辐射区的半角。假设在我们观测的期间 (约 15 年), 脉冲星的辐射特性没有发生变化, 即 $d\alpha/dt = d\rho/dt = 0$, 我们得到,

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\sin(W/2)}{\cot \lambda \cos(W/2) + \cot \alpha} \frac{dW}{dt} \equiv \mathcal{A} \frac{dW}{dt}, \quad (4.34)$$

其中 $\mathcal{A} \equiv \sin(W/2)/[2 \cot \lambda \cos(W/2) + 2 \cot \alpha]$ 。后面的计算中, 我们用了观测上的 50% 强度处的脉冲宽度 W_{50} 作为理论上的脉冲宽度 W 。

4.3.2 脉冲星系统与数据分析

这一节我们介绍检验 α_2 所使用的两颗毫秒脉冲星：PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134；并介绍如何从 Effelsberg 100 米射电望远镜的观测数据中分析出检验所需要的物理参数 [22]。

为了检验脉冲轮廓内禀的变化，后端处理设备应该尽可能少地变化。在 Effelsberg 射电望远镜，我们使用的数据获取设备是 Effelsberg-Berkeley Pulsar Processor (EBPP) [153]。这是一个相干去色散 (coherent de-dispersion) 的后端，也就是说，星际介质导致的色散是实时去除的。这是世界上运行时间最长的相干去色散的后端。它对脉冲星 PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 的时间分辨率分别为 $1.4 \mu\text{s}$ 和 $0.6 \mu\text{s}$ 。脉冲星 PSR B1937+21 的数据用了 1997 年 9 月以后的；PSR J1744-1134 用了 1997 年 1 月以后的。对 PSR B1937+21 所用数据的带宽是 44 兆赫兹，对 PSR J1744-1134 所用数据的带宽是 112 兆赫兹（除了 1997 年 1 月所用的两个观测用了 56 兆赫兹的带宽）。Effelsberg 前端的接收机在 2009 年 7 月做了更新，所以在此之前所用的中心频率为 1410 兆赫兹，在此之后所用的中心频率是 1360 兆赫兹。所有数据都用脉冲星专用软件 PSRCHIVE 处理 [154]。每个积分轮廓由大约 30 分钟的积分组成。下面对两颗脉冲星简单地分别加以介绍。

PSR B1937+21（又名 PSR J1939+2134）是最早发现的毫秒脉冲星 [151]，自转周期为 1.56 毫秒。因为它很亮，所以被选为了脉冲星计时阵列的一员 [155, 156, 157]。该脉冲星有一个很强的主峰 MP1 和一个中间脉冲 IP，它们之间相隔约 188° ，极有可能来自于两个相对的辐射极；如图 4.6 所示。

由于该脉冲星的轮廓比较简单，我们采用二次式的拟合方式，共分别拟合三个峰，即 MP1、MP2、IP 峰。每次拟合都把峰的位置与峰的宽度等信息记录下来，从而得到各个观测量，如图 4.7 所示（各个物理量的定义参见图 4.6）。在图 4.8 中，我们画了取自不同时间的 12 个该脉冲星的脉冲轮廓，以及它们的残差（具体含义参见图 4.8 的标题）。从图 4.7 和图 4.8 中可以看出，在噪声的精度上，脉冲星的轮廓不随时间演化，也就是说，不存在我们前面所讨论的 α_2 导致的进动。

为了量化轮廓随时间的变化情况，我们引入如下式子来描述轮廓宽度 W_{50} 随时间的变化，

$$W_{50}(t) = W_{50} + \frac{dW_{50}}{dt} t + \Delta W_{50} \Theta(t - t_0), \quad (4.35)$$

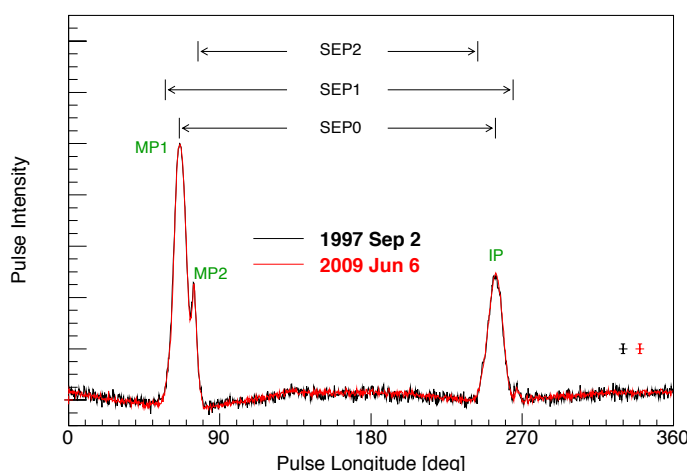


图 4.6: *PSR B1937+21* 的两个脉冲轮廓的比较——黑色轮廓取自 1997 年 9 月 2 日, 红色轮廓取自 2009 年 6 月 6 日。轮廓主峰已经做了对齐、归一化的处理。右下角给出了两个轮廓的观测误差。另外, 在图上标注了文中所用到的分析量: MP1——主峰的第一成分, MP2——主峰的第二成分, IP——中间脉冲, SEP0——MP1 和 IP 的峰值间隔, SEP1——MP1 的引导与 IP 的尾的间隔, SEP2——MP2 的尾与 IP 的引导的间隔。该图取自文献 [22]。

其中 t_0 是望远镜接收机中心频率从 1410 兆赫兹换到 1360 兆赫兹的时间, $\Theta(t)$ 是 Heaviside 函数, ΔW_{50} 就描述了两个不同频率时的脉冲宽度的差别。用这个公式对图 4.7 中的 W_{50} 做线性拟合。为了得到更加准确的拟合误差, 我们采用蒙特·卡罗实现的方式。即, 用蒙特·卡罗的技术, 做一百万次误差实现, 对这些实现都做有跳变项 $\Theta(t - t_0)$ 的最小 χ^2 拟合。这些拟合结果都存储起来, 并从中读出各个参数的中心值和误差。拟合结果都列在表格 4.2 中 [22]。

我们发现, 不论对于主脉冲来说, 还是对于中间脉冲来说, 我们都不需要那个斜率项。我们采用 \mathcal{F} 统计的方法, 得到这个斜率项的 P 值为 0.22 (MP1) 和 0.31 (IP)。而对于那个跳变项 ΔW_{50} , 我们也从色散、散射等方面进行了系统的分析 (请从文献 [22] 参考更多细节); 另外, 我们还调出 Effelsberg 望远镜的另一个接收机 Asterix, 并从中分析出自洽的 ΔW_{50} 的值。这些都证明了这两个频率之间确实存在这么一个很小的跳变。

另一颗脉冲星 PSR J1744-1134 发现于 1997 年的 Parkes 在 436 兆赫兹上的北天巡天项目 [152]。它的自旋为 4.07 毫秒, 有一个很陡峭的主峰, 宽度在 1410 兆赫兹上约为 12.5° 。我们同样使用了 Effelsberg 射电望远镜的观测数据对其脉冲

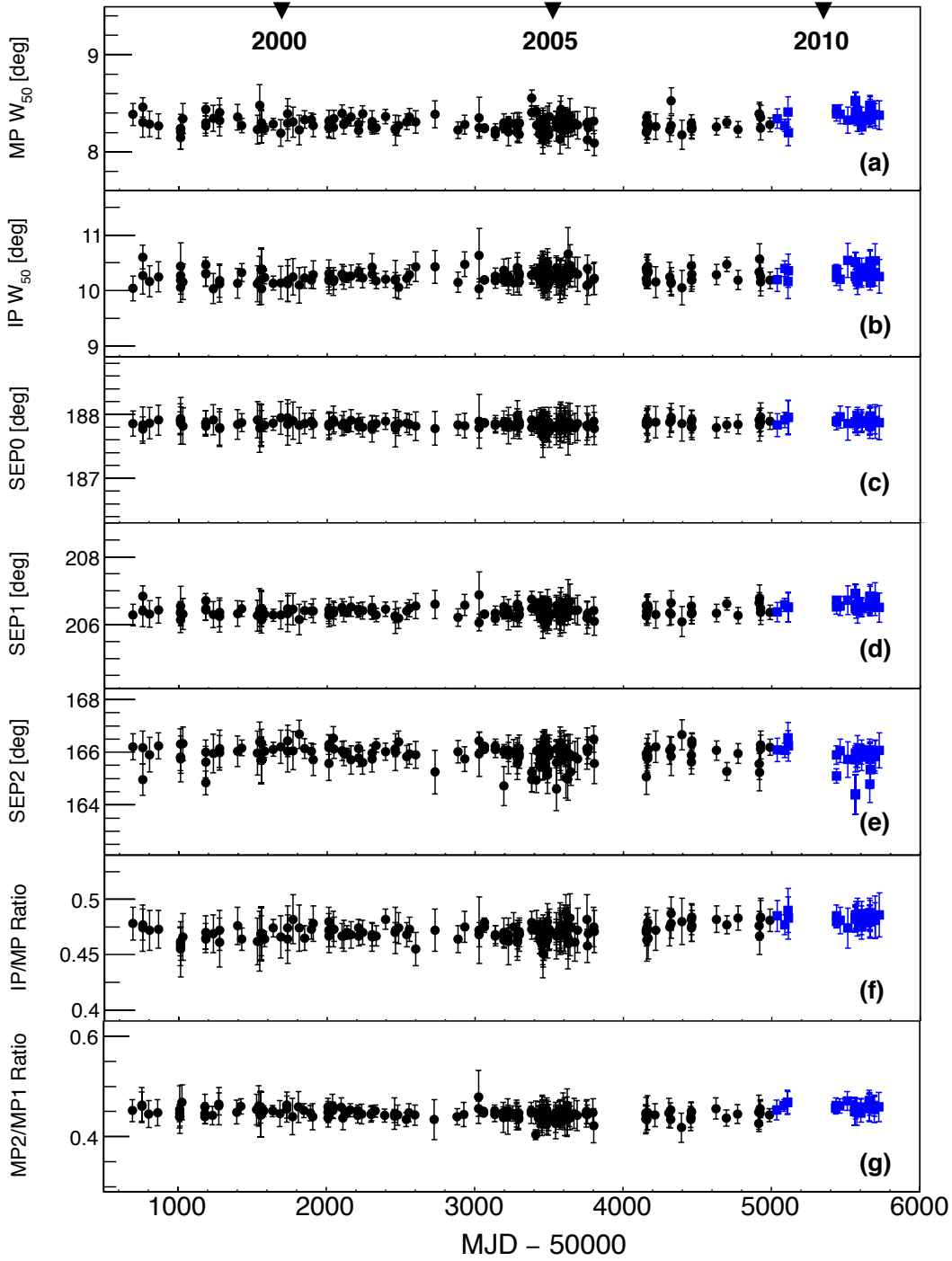


图 4.7: *PSR B1937+21* 的脉冲轮廓的各个特征量随时间变化的情形 (特征量命名与定义参见图 4.6)。黑色圆点的观测频率是 1410 兆赫兹, 蓝色方块的观测频率是 1360 兆赫兹。年份参见图首的标注。该图取自文献 [22]。

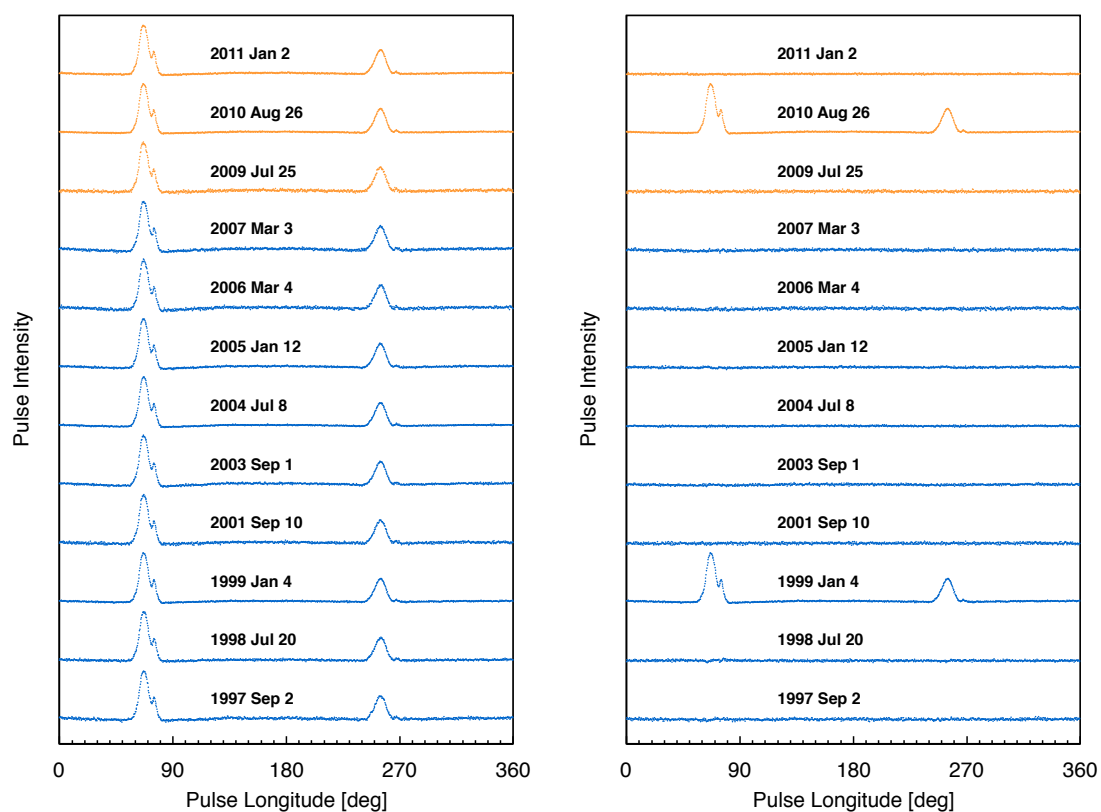


图 4.8: Effelsberg 100 米射电天文望远镜观测的一系列 *PSR B1937+21* 的脉冲轮廓 (左图)。观测时间已经标在轮廓旁。橘色与蓝色分别代表观测频率为 1360 兆赫兹和 1410 兆赫兹。右图是以其中一个脉冲轮廓为参考值给出的其他轮廓的残差; 其中参考轮廓仍旧画在右图中。该图取自文献 [22]。

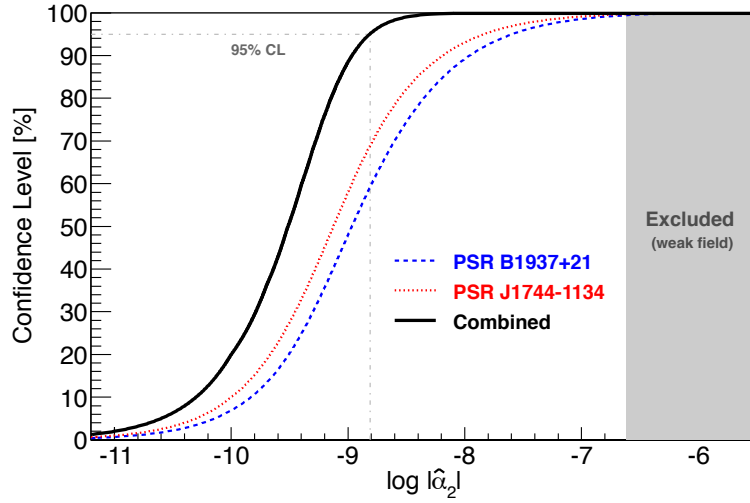


图 4.9: 该图给出了一定的 α_2 的值的条件下, 能够在多大的置信水平上排除该值。脉冲星 *PSR B1937+21* 和 *PSR J1744-1134* 分别用蓝线和红线标记, 它们的联合限制用黑线标注。其中对来自联合限制的 95% 的置信水平用了灰色虚线标出。灰色区域给出了来自太阳自转演化的限制 [27] 作为比较。该图取自文献 [22]。

轮廓进行了详尽的分析。在分析中, 我们用到了高斯和朗道成分的拟合, 并使用了对脉冲轮廓的误差实现, 具体分析方法与结果可参考文献 [22]。最后做线性拟合的结果列在表格 4.2 中。对 *PSR J1744-1134* 而言, 对脉冲轮廓宽度变化率的 \mathcal{F} -检验给出了 0.44, 这也同样意味着“零斜率”假设的合理性。

4.3.3 实验限制

从上一节对 *PSR B1937+21* 和 *PSR J1744-1134* 的轮廓的分析结果, 我们可以看出脉冲轮廓在 ~ 15 年内并没有发生变化, 或者说 $\dot{W}_{50} \sim 0$ 。这个结果可用来限制由 α_2 产生的自转进动现象。

结合方程 (4.31)、(4.32)、(4.34), 可以得到用 \dot{W} 限制 α_2 的表达式,

$$\alpha_2 = -2\mathcal{A} \left[\frac{2\pi}{P} \left(\frac{w}{c} \right)^2 \cos\psi \cos\vartheta \right]^{-1} \frac{dW}{dt}. \quad (4.36)$$

下面逐项讨论上面式子中的各项的测量情况:

- 脉冲宽度变化率 dW_{50}/dt 由上一小节得到;
- 我们定义的 $\mathcal{A} \equiv \sin(W/2)/[2 \cot \lambda \cos(W/2) + 2 \cot \alpha]$ 中 W 可由上一节的

脉冲轮廓分析中得到； $\lambda \equiv 180^\circ - \zeta$ 和 α 可由 γ 射线波段的脉冲轮廓（来自于 Fermi 卫星上的 Large Area Telescope (LAT) 的观测）、X 射线波段的脉冲轮廓（来自 Chandra 卫星或者 XMM-Newton 卫星的观测）、射电波段的脉冲轮廓，联合辐射机制模型得到 [147, 148]（参见表格 4.2）；

- 脉冲周期 P 在脉冲星计时观测中测得“异常”精确；
- w 、 ψ 、 ϑ 的决定需要有两类信息¹²：（1）脉冲星的绝对速度 \mathbf{w} ；（2）脉冲星的自转的方向（由极向角 λ 和 η 唯一确定）。

– 脉冲星的“绝对速度”可由脉冲星相对于太阳系质心的速度和太阳系相对于 CMB 参考系的速度叠加而成；而前者中，我们在观测上至今只能得到它的三维速度在天空平面上的二维投影（即自行），却不能像前面中子星—白矮星系统那样通过白矮星的光学观测得到。在文章 [22] 中，我们考虑了银河系的不同势能模型，再加上脉冲星是引力束缚于银河系这个假设（即脉冲星不至于速度太大离开银河系的引力势阱），得到了脉冲星的径向速度的宽限的范围；在实际的计算中，我们发现这个结果不会偏离实际情况太远。而且在一般大的径向速度的情况下，我们可以得到更好的 α_2 的限制。

– 脉冲星的自转方向的 λ 角可由前面所说的多波段的光变曲线的模型得到，而 η 角却是无法得到的（就像在双星系统中的 Ω 一样）；所以，我们只好采用概率性的假设，即 η 在 $[0, 2\pi)$ 范围内均匀分布。

根据上面的这些讨论，我们使用蒙特·卡罗的技术来探索 α_2 的取值空间。所有测量的误差都被模拟考虑在内，且 η 从 $[0, 2\pi)$ 中随机取值。我们把累计起来的 α_2 的取值存储起来，并从中读出中心值和方差。从 α_2 的概率分布中，我们得到，

$$\text{PSR B1937+21:} \quad |\alpha_2| < 2.5 \times 10^{-8}, \quad (95\% \text{ CL}), \quad (4.37)$$

$$\text{PSR J1744-1134:} \quad |\alpha_2| < 1.5 \times 10^{-8}, \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.38)$$

它们的累积概率分布函数画在图 4.9 中。结合这两组概率分布函数，我们可以得到更严格的一个限制（累积概率分布函数画在图 4.9 中），

$$|\alpha_2| < 1.6 \times 10^{-9}, \quad (95\% \text{ CL}) \quad (4.39)$$

¹² 更详尽、全面的分析请参考原始文献 [22]。

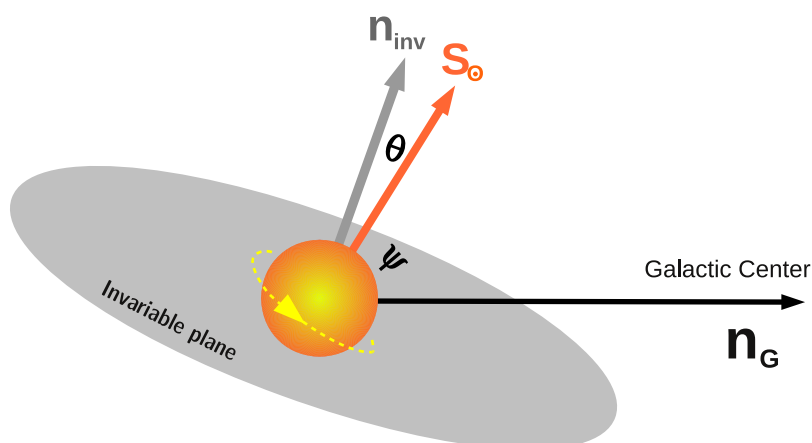


图 4.10: 局域位置不变性的破坏参数 ξ 导致太阳的自转方向 S_{\odot} 绕着太阳系在银河系中的加速度的方向 n_G 进动, 从而导致太阳系的不变平面 (由太阳系的总角动量确定) 法向 n_{inv} 与 S_{\odot} 有个夹角 θ 。该图取自文献 [23]。

这个限制比 Nordtvedt 的限制 [27] 好了 2 个量级, 比月球激光测距实验中得到的限制好了 4 个量级。

4.4 ξ 和单脉冲星的自转进动

众所周知, 爱因斯坦在思考引力问题上, 马赫 (Ernst Mach) 的思想对其影响很大。马赫批判了牛顿的“水桶实验” [1], 提出物体的运动是相对运动, 速度、加速度也是相对的; 物体所表现的惯性是宇宙中其他物质作用的结果。马赫的这些见解被爱因斯坦取名为“马赫原理” (Mach's principle)。马赫原理的中心思想是: 在非惯性系中物体所受的惯性力不是“虚拟的”, 而是一种引力的表现, 是宇宙中其他物质对该物体的总作用; 物体的惯性不是物体自身的属性, 而是宇宙中其他物质作用的结果。

如果马赫原理成立的话, 那么很自然地就能想象, 在物质分布密度、速度等不同的地方, 引力行为将会有所差异 [158]。引力相互作用中的局域位置不变性 (Local Position Invariance; LPI) 将有可能遭到破坏。

4.4.1 理论分析

在 PPN 框架中，引力相互作用中的局域位置不变性的破坏由 PPN 参数 ξ 描述（广义相对论中， $\xi = 0$ ） [115, 13]。曾经，哲学家 Whitehead 提出过一套引力理论，称为 Whitehead 引力理论 [117]。这套引力理论引入了双度规（bimetrics）的方法；与爱因斯坦的广义相对论一样，并不存在自由参数，而且从哲学的意义上讲，在有些方面甚至比广义相对论有更多的哲学依据 [125]。Whitehead 理论一直都没有被实验排除，直到 1973 年关于该理论中 ξ 参数的讨论（以及其后的双星轨道衰变的测量等） [115]。用 PPN 参数化框架的语言来说，Whitehead 引力理论中的 $\xi = 1$ 。所以， ξ 也被称为 Whitehead 参数。更多的关于 Whitehead 引力理论的讨论，请参见综述 [125]。

从第三章的讨论可以看出， ξ 出现在度规 g_{00} 和 g_{0j} 中。但由于它经常是同其它 PPN 参数以线性组合的方式出现，所以对它的单独的限制并不是很强。举例来说，在 Nordtvedt 参数 η 中¹³，

$$\eta = 4\beta - \gamma - 3 - \frac{10}{3}\xi - \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2 - \frac{2}{3}\zeta_1 - \frac{1}{3}\zeta_2, \quad (4.40)$$

由于对 β 等参数的测量精度并不是很高 [14]，所以很难通过 η 的测量来高精度地限制 ξ 。

在 g_{00} 成分中， -2ξ 单独出现在 Whitehead 引力势能 $\Phi_W(\mathbf{x})$ 前，

$$\Phi_W(\mathbf{x}) \equiv \frac{G^2}{c^2} \iint \rho(\mathbf{x}')\rho(\mathbf{x}'') \left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}''}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}''|} - \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}''}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}''|} \right) d^3\mathbf{x}'d^3\mathbf{x}'', \quad (4.41)$$

这就提供了单独限制 ξ 的可能性 [23]。

在 PPN 框架的多体拉格朗日量中， ξ 相关的部分出现在三体相互作用中 [13]，

$$L_\xi = -\frac{\xi}{2} \frac{G^2}{c^2} \sum_{i,j} \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \mathbf{r}_{ij} \cdot \left[\sum_k m_k \left(\frac{\mathbf{r}_{jk}}{r_{ik}} - \frac{\mathbf{r}_{ik}}{r_{jk}} \right) \right], \quad (4.42)$$

其中的求和过程不包括分母为零的项。在我们后面的讨论中，三体运动中的第三

¹³ Nordtvedt 参数刻画了引力能贡献给惯性质量与引力质量的方式的差别；在广义相对论中， $\eta = 0$ ，这是强等效原理的体现。

个天体是银河系本身¹⁴；而且，我们考虑的研究对象（太阳、或者脉冲星等）的尺度远远小于其到银河系中心的距离 R_G 。所以，以上拉格朗日量可以简化为（扔掉一个不影响后面讨论的常数项）¹⁵，

$$L_\xi = \frac{\xi}{2} \frac{U_G}{c^2} \sum_{i,j} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}^3} (\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{n}_G)^2, \quad (4.43)$$

其中 U_G 是研究对象所在处的银河系的（取定 PPN 规范后的）引力势， $\mathbf{n}_G \equiv \mathbf{R}_G/R_G$ 是从研究对象指向银河系中心的单位矢量。在我们后面的讨论中，我们引入 $v_G \sim \sqrt{U_G}$ 为旋转速度¹⁶。

从上面的拉格朗日量，我们可以得到，双星系统中的相对加速度为，

$$\mathbf{a}_\xi = \xi \frac{U_G}{c^2} \frac{G(m_1 + m_2)}{r^2} \left[2(\mathbf{n}_G \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}_G - 3\mathbf{n}(\mathbf{n}_G \cdot \mathbf{n})^2 \right]. \quad (4.44)$$

我们发现，很有意思的是，跟前面一节讨论的 α_2 参数相比，如果我们做如下的变换（其中 $\mathbf{v}_G \equiv v_G \mathbf{n}_G$ ），

$$\mathbf{w} \rightarrow \mathbf{v}_G \quad \text{and} \quad \alpha_2 \rightarrow -2\xi, \quad (4.45)$$

两者的动力学行为是一样的 [23]。那么，根据前面的 α_2 的计算，我们同样可以得到 ξ 对双星的轨道动力学的影响 [161]，以及 ξ 对单星（太阳或者单脉冲星）的自转演化的影响 [23]。

对于单星而言， ξ 将引起单星的自转绕着 \mathbf{n}_G 方向的进动，进动圆频率为¹⁷ [27, 23]，

$$\Omega^{\text{prec}} = \xi \left(\frac{2\pi}{P_b} \right) \left(\frac{v_G}{c} \right)^2 \cos \psi, \quad (4.46)$$

其中 ψ 代表的是单星自旋方向与 \mathbf{n}_G 的夹角；参见图 4.10 所示。

¹⁴ 具体计算表明，对我们讨论的对象而言，银河系对上述求和的贡献最大。

¹⁵ 该式当且仅当银河系的所有质量集中在银河系中心时才是准确的，否则考虑到银河系的物质分布会有一个因子大约为 2 的差异 [159, 125]。我们采用了具体的银河系的物质分布模型（包括核球、银盘、暗物质晕等） [160]，数值得到该因子大约为 1.86 [23]。

¹⁶ 在太阳系附近有， $U_G/c^2 \simeq 5.4 \times 10^{-7}$ ，从而有 $v_G \simeq 220 \text{ km s}^{-1}$ 。

¹⁷ 在 Nordtvedt 的文章中 [27]，他的参数 $\xi^{\text{Nordtvedt}}$ 与标准化的 ξ [13] 的关系为 $\xi^{\text{Nordtvedt}} = -\frac{1}{2}\xi$ 。

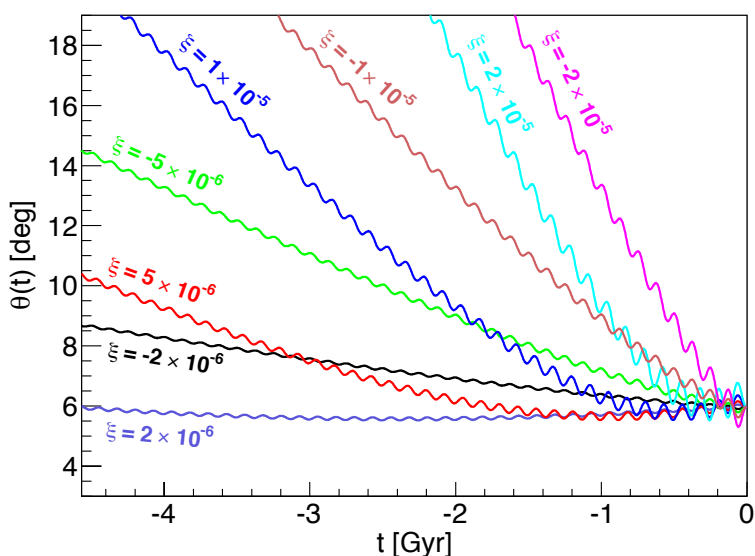


图 4.11: 从现在 ($t=0$) 的 θ 的测量值出发, 反向模拟存在非零 ξ 参数的太阳的自转方向, 从而求得太阳系刚形成时 ($t=-46$ 亿年) \mathbf{S}_{\odot} 和 \mathbf{n}_{inv} 的夹角。该图画出了 $\theta(t)$ 随时间的 (反向) 演化; 取自文献 [23]。

4.4.2 实验检验

本节讨论两类对于 PPN 参数 ξ 的检验, 分别来自于太阳自转的演化 [27, 23] 和脉冲星自转的演化 [23]。 ξ 对于近圆的双星轨道的影响请参考文献 [161, 23]。更详细的讨论与计算请参考文献 [23]。

太阳自转的演化

根据我们现在对于行星形成的理解, 在 46 亿年前, 太阳系刚形成的时候, 太阳的自转方向 \mathbf{S}_{\odot} 与太阳系的不变平面的法向 \mathbf{n}_{inv} 很有可能是相互平行的。而在行星们形成后, 它们对太阳自转的牛顿力矩是微乎其微的, 在 46 亿年的时间内不可能影响太阳自转的方向。Nordtvedt 指出, 现在测量的 $\theta \sim 6^\circ$ 可以用来作为上限, 限制 ξ 可能引起的影响的大小。但一直都没有这方面的具体计算的发表。我们这里稍微改进他的提议, 给出了一个详细的计算。

根据最新的天文观测, 在天球坐标中, 太阳的自转方向为 \mathbf{S}_{\odot} 是 $(\alpha_0, \delta_0)_{\odot} = (286^\circ 13', 63^\circ 87')$, 或者在银河系坐标中为 $(l, b)_{\odot} = (94^\circ 45', 22^\circ 77')$; 而不不变平面法向方向的天球坐标为 $(\alpha_0, \delta_0)_{\text{inv}} = (273^\circ 85', 66^\circ 99')$, 银河系坐标为 $(l, b)_{\text{inv}} =$

(96°92, 28°31) [137, 138]。两者之间的夹角为，

$$\theta|_{t=0} = 5^\circ 97, \quad (4.47)$$

其中 $t = 0$ 表示“现在”（相应地， $t = -4.6 \text{ Gyr}$ 表示 46 亿年前）。

由于在 46 亿年的时间内，太阳系绕着银河系转了大约 20 圈，所以 \mathbf{n}_G 实际上是个变化的单位矢量。我们考虑到这个因素，对不同的 ξ 值做了时间反向的演化，看 θ 随时间的（反向）演化的情况；具体计算结果请参见图 4.11 [23]。在这个演化过程中，除了 ξ 的影响，我们还加入了来自于太阳系的其他天体的影响，

$$\Omega_{J_2}^{\text{prec}} = \frac{3}{2} J_2 \frac{GM_\odot R_\odot^2}{|\mathbf{S}_\odot|} \sum_i \frac{m_i}{r_i^3}, \quad (4.48)$$

其中 M_\odot 和 R_\odot 分别是太阳的质量和半径， m_i 和 r_i 分别是太阳系天体的质量和轨道半径， $J_2 = (2.40 \pm 0.25) \times 10^{-7}$ 刻画的是太阳的质量分布对球对称的偏离 [162]。就如前面所说的，这些影响都很小，其中最大的贡献来自于木星、金星和地球。 $\Omega_{J_2}^{\text{prec}}$ 产生的进动周期大约为 9×10^{11} 年，故在 46 亿年内最多转 2° 。而且由于该进动的方向为 \mathbf{n}_{inv} ，所以在零阶的意义上对 \mathbf{S}_\odot 的方向并无影响。

从图 4.11 可以看出，如果 ξ 太大的话，那么在 46 亿年前的 \mathbf{S}_\odot 与 \mathbf{n}_{inv} 之间的夹角太大，就会与我们的行星形成理论相矛盾。倘若我们假设初始时候该夹角要小于 10 度，那么就能得到 [23]，

$$|\xi| \lesssim 5 \times 10^{-6}, \quad (4.49)$$

具体计算结果请参考文献 [23] 的图 3。

脉冲星自转的演化

就跟前面讨论的 α_2 参数一样， ξ 也会引起脉冲星单星的脉冲轮廓的变化。同文献 [22] 一样，我们可以用脉冲星 PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 的观测来限制这样一种变化，从而限制 ξ 参数的大小。采用文献 [160] 中的银河系物质分布模型（用来计算脉冲星所在处的引力势的大小），并用蒙特·卡罗模拟技术，我们得到了 ξ 的概率分布函数，如图 4.12 所示。从图中，我们可以读出来来自于不同

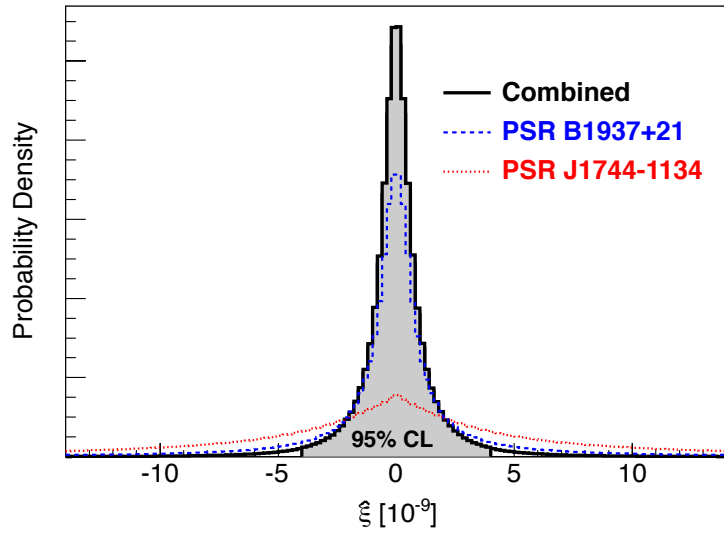


图 4.12: 来自脉冲星单星的脉冲轮廓的 ξ 的概率密度分布。该图取自文献 [23]。

脉冲星的限制,

$$\text{PSR B1937+21: } |\xi| < 2.2 \times 10^{-8}, \quad (95\% \text{ CL}), \quad (4.50)$$

$$\text{PSR J1744-1134: } |\xi| < 1.2 \times 10^{-7}, \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.51)$$

把来自两颗脉冲星的概率分布函数结合起来, 可以压制这些概率分布中的“长尾巴”部分 (更多讨论, 请参考文献 [21, 22, 23]), 并得到,

$$|\xi| < 3.9 \times 10^{-9}, \quad (95\% \text{ CL}). \quad (4.52)$$

这个限制, 比前面得到的太阳自转的限制好了三个量级, 比前面的比重计的限制 [48] 好了五个量级。

该限制又可以通过文献 [13] 的方程 (6.75) 来转换成对局域的等效引力常数的限制,

$$G_{\text{local}} = G_0 \left[1 + \xi \left(3 + \frac{I}{MR^2} \right) U_G + \xi (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_G)^2 \left(1 - \frac{3I}{MR^2} \right) U_G \right], \quad (4.53)$$

其中 G_0 是裸的引力常数, I 、 M 、 R 分别是系统的转动惯量、质量、半径, \mathbf{e} 是

从系统中心指向测量点的单位矢量。上式第一个修正项只是重标度引力常数，与这里的讨论无关。第二个修正项引入引力常数的各向异性，可以通过对 ξ 的限制来得到限制。

对于一个典型的中子星来说，有 $I/MR^2 \simeq 0.4$ ，结合脉冲星 PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 处的引力势能 $U_G/c^2 \sim 5 \times 10^{-7}$ [160]，我们可以得到，

$$\left| \frac{\Delta G}{G} \right|^{\text{anisotropy}} < 4 \times 10^{-16}, \quad (95\% \text{ CL}) \quad (4.54)$$

这里由于 ξ 是以 ξU_G 的组合形式出现的，所以物质分布的修正因子不起作用。限制 (4.54) 比月球激光测距实验在未来预计能够达到（尚未达到）的精度 [163] 好四个数量级。

第五章 标准模型拓展

前面几章的讨论是基于度规的 (metric-based) 对广义相对论的拓展, 这里我们转入讨论基于作用量的 (action-based) 对广义相对论的拓展。广义相对论的场方程 (1) 所对应的作用量极其优美 [53, 34], 引力与物质相互作用的项也极其简单 (由广义协变性原理保证 [34])。统一地, 作用量可写为,

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi), \quad (5.1)$$

其中 g 是度规 $g_{\mu\nu}$ 的行列式, R 是 Ricci 标量, Λ 是宇宙学常数; $S_m(g_{\mu\nu}, \psi)$ 表示物质场 ψ 的作用量, 其中 $S_m(g_{\mu\nu}, \psi)$ 中对 $g_{\mu\nu}$ 的函数依赖关系来自于弱等效原理 (即, 在实验物体自引力可忽略的情况下, 它们在同一引力场中的引力加速度相同) [14]。

方程 (5.1) 中最关键的部分是 $\mathcal{L} = \sqrt{-g}R$, 被称为 Einstein-Hilbert 拉格朗日密度 [53]。Lovelock 证明了, 如果以下四个条件得到满足的话, Einstein-Hilbert 拉格朗日密度是唯一可能的描述引力行为的形式 [164, 165],

1. 时空是四维的;
2. 作用量是微分同胚不变的;
3. 引力只有一个二阶张量场传递;
4. 场方程是小于等于二阶的微分方程。

沿用文献 [166] 的讨论, 我们考虑超出广义相对论的引力理论可能的形式。如果引力理论放弃 1 的话, 那么就需考虑高维存在的可能性; 但实验上至今并没有任何高维的观测证据, 而且一般来说高维理论可化简到四维有效理论, 在我们生活的四维时空又回到 Einstein-Hilbert 作用量的形式。如果放弃 2 的话, Stückelberg 机制告诉我们, 微分同胚不变性破坏的理论可以看成是满足微分同胚不变性的理

论加上 Stückelberg 场 [167], 故可等效地看成是对 3 的破坏。如果放弃 4 的话, 引力理论将存在稳定性方面的问题 [168, 169]。所以综合来说, 如果想要超出广义相对论的范畴, 最自然的做法可能是引入其他的场, 来参与引力相互作用 [166]。

关于引入度规场 $g_{\mu\nu}$ 以外的场来参与引力相互作用的引力理论很多 [13]。我们这里简要介绍一个引入其他的背景场、破坏时空的洛伦兹对称性和 CPT 对称性的有效场论框架, 即标准模型拓展 (Standard Model Extension; SME)。这是印第安纳大学的 V. Alan Kostelecký 教授和他的合作者在近几十年内发展起来的一套描述洛伦兹对称性和 CPT 对称性破坏的有效场论¹ [170, 171, 49, 50, 9, 10]。最初, SME 是在平直时空中引入的, 所提出的拉格朗日密度中仅包含质量量纲小于等于四的算符。随后, SME 作为有效场论 (effective field theory; EFT), 被拓展到了包含质量量纲大于四的算符, 以及弯曲时空 [9, 12]。

在非平直时空中研究局域洛伦兹对称性破坏, 要保证物理的坐标无关性, 即保证广义坐标协变性 (general coordinate covariance), Riemann-Cartan 时空是个不错的选择。同时, 如果需要的话, Riemann-Cartan 时空也能自然地提供研究旋量和引力耦合的框架 [9]。

概括来说, 洛伦兹对称性破坏可通过引入矢量场以及更高阶的张量场的自发对称性破缺、从而产生非零的真空期望值来实现 [172]。这些背景场又称为洛伦兹破坏系数 (coefficients for Lorentz violation)。它们与普通的物质场和引力场相耦合, 奠定了 SME 理论框架基础。由于背景场和普通的物质场的洛伦兹变换性质不同, 从而导致了洛伦兹对称性的破坏。

假设 k_M ($M = \alpha\beta\gamma\cdots$) 是洛伦兹破坏系数, 在观测者洛伦兹变换下, 与它对应的洛伦兹群的表示²为 $(X_{[ab]})^x_y$, 则在 SME 中对应的算符形式有 [9]

$$S_{LV} \supset \int d^4x e k_M J^M, \quad (5.3)$$

其中 e 为标架 e_μ^a 的行列式, J^M 是由标准模型和广义相对论中的场生成的算符。

¹ CPT 对称性在 Minkowski 时空中可以有很好的定义, 但在非 Minkowski 时空中的定义存在困难。这里我们采用文献 [9] 中的建议, 把含有奇数时空指标的洛伦兹破坏系数的项称为 CPT 奇性 (CPT odd) 的算符, 含有偶数时空指标的洛伦兹破坏系数的项称为 CPT 偶性 (CPT even) 的算符。

² 洛伦兹群代数为

$$[X_{[ab]}, X_{[cd]}] = \eta_{ac} X_{[bd]} - \eta_{ad} X_{[bc]} - \eta_{bc} X_{[ad]} + \eta_{bd} X_{[ac]}. \quad (5.2)$$

如在自旋表示下, 有 $X_{[ab]} = -\frac{1}{2}i\sigma_{ab}$; 在矢量表示下有 $(X_{[ab]})^c_d = \eta_{ad}\eta_b^c - \eta_a^c\eta_{bd}$ 。

5.1 标准模型与广义相对论

在这一节中，我们简单回顾广义相对论和标准模型，特别是它们的拉格朗日（密度）形式，引进必要的符号，以便为后面的章节所用。

5.1.1 广义相对论简介

Riemann 时空中对引力的描述常常采用 $Gl(4, R)$ 表象，用度规 $g_{\mu\nu}$ 和协变导数 ∇_μ 等来刻画引力行为 [34]。但倘若需要引入粒子物理的标准模型——因为标准模型中存在大量的旋量粒子（夸克、轻子等）——则存在如何描述引力场与自旋的耦合的困难。所以，我们这里采用 Riemann-Cartan 时空。采用 Riemann-Cartan 时空的另一个好处是，这里的局域洛伦兹对称性与坐标变换是分开的。在独立于坐标变换的情况下，时空中的每个点都有三个空间转动与三个“推促”（boost）的自由度 [9]。这样就能在保证物理与坐标选取无关的基础上，在理论中引入洛伦兹破坏的项 [9]。

在 Riemann-Cartan 时空中，引力场的基本成分为标架 e_μ^a 以及自旋联络 ω_μ^{ab} [173]。广义相对论的作用量为，

$$S_{\text{gravity}} = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x e (R - 2\Lambda + \dots), \quad (5.4)$$

其中 $\kappa \equiv 8\pi G$ ， R 为 Ricci 张量， Λ 为宇宙学常数；“...” 的引入是为了说明在这里我们把广义相对论作为有效场论看待，所以可能存在着受到高能标（如普朗克能标 $E_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar c^5/G} \simeq 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}$ ）压低的、更高质量量纲的项。

5.1.2 标准模型简介

粒子物理的标准模型的对称性为 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ [174]。在 Riemann-Cartan 时空中，它的拉格朗日密度可写为五部分之和——分别为轻子场、夸克场、Yukawa 耦合项、Higgs 场和规范场 [174, 9]，

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{lepton}} + \mathcal{L}_{\text{quark}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}}. \quad (5.5)$$

在 Riemann-Cartan 时空下具体来写，五部分分别为，

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{lepton}} &= \frac{1}{2}iee^\mu_a \left[\bar{L}_A \gamma^a \overleftrightarrow{D}_\mu L_A + \bar{R}_A \gamma^a \overleftrightarrow{D}_\mu R_A \right], \\
\mathcal{L}_{\text{quark}} &= \frac{1}{2}iee^\mu_a \left[\bar{Q}_A \gamma^a \overleftrightarrow{D}_\mu Q_A + \bar{U}_A \gamma^a \overleftrightarrow{D}_\mu U_A + \bar{D}_A \gamma^a \overleftrightarrow{D}_\mu D_A \right], \\
\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= -e \left[(G_L)_{AB} \bar{L}_A \phi R_B + (G_U)_{AB} \bar{Q}_A \phi^c U_B + (G_D)_{AB} \bar{Q}_A \phi D_B \right] + \text{h.c.}, \\
\mathcal{L}_{\text{Higgs}} &= -e \left[(D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{3!} (\phi^\dagger \phi)^2 \right], \\
\mathcal{L}_{\text{gauge}} &= -\frac{1}{2}e \left[\text{Tr} (G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}) + \text{Tr} (W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}) + \frac{1}{2} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \right].
\end{aligned}$$

其中，我们的代指标 $A = 1, 2, 3$ ；三个带电轻子为 $l_A = (e, \mu, \tau)$ ，三代中微子为 $\nu_A = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ ；六味夸克写为两部分，即 $u_A = (u, c, t)$ 和 $d_A = (d, s, b)$ ；另外，把左右手部分分开写，分别由投影算符得到；左手的投影算符为 $\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$ ，右手的投影算符为 $\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$ 。那么，左手的轻子和夸克组成 $SU(2)$ 的二重态，即 $L_A = [(\nu_A)_L, (l_A)_L]^T$ 和 $Q_A = [(u_A)_L, (d_A)_L]^T$ ，右手的轻子和夸克是 $SU(2)$ 单态，为 $R_A = (l_A)_R$ 和 $U_A = (u_A)_R$ 。

5.2 SME 概览

在有效场论中，洛伦兹对称性的破坏通过向量场、张量场的对称性自发破缺、而获得真空期望值的机制实现。如果此背景场由标量场生成，则不破坏洛伦兹对称性，如 Higgs 机制 [16, 17]；所以在考虑洛伦兹对称性破缺时，我们不考虑标量场的影响。这些向量场、张量场的真空期望值犹如固定的背景场，在洛伦兹变换下与动力学场的性质有所不同。所以，这里需要区分两种方式的洛伦兹变换：

- **粒子洛伦兹变换** (particle Lorentz transformation)：由粒子本身在时空背景中做转动和推促组成。按照狭义相对论中的洛伦兹变换方式给出粒子场的洛伦兹变换；而背景场，即洛伦兹破坏系数 (coefficients for Lorentz violation) 保持不变。粒子的洛伦兹变换是粒子的运动状态改变所引起的变换。
- **观测者洛伦兹变换** (observer Lorentz transformation)：由观测者在时空中做转动和推促组成。粒子场与背景场都按照狭义相对论中的洛伦兹变换方式来变换。观测者洛伦兹变换是观测者做运动（或选择坐标系）所引起的变换。

所以，在 SME 框架中，局域观测者洛伦兹协变性（local observer Lorentz covariance）是保证的，而局域粒子洛伦兹协变性（local particle Lorentz invariance）是破坏的——这与我们所说的导致洛伦兹对称性破坏的是（由对称性自发破缺得到的）背景场的说法相一致。另外需要强调的是，在有引力的情况下，传统的坐标变换不变性（general coordinate transformation）也是保证的，即坐标选择不会改变物理内容 [9]。

5.2.1 粒子物理中的洛伦兹破坏

在 Minkowski 时空中，粒子物理中的洛伦兹破坏项最初由文献 [49, 50] 系统给出，其中考虑了所有的质量量纲小于等于四的算符。这里，我们采用文献 [9] 中的符号，抽象地写出在有引力的情况下的拉格朗日密度 \mathcal{L}_{LV} ，

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LV} = & \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{CPT-}} + \mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{CPT-}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{CPT-}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}}^{\text{CPT-}} \\ & + \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{CPT+}} + \mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{CPT+}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{CPT+}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{CPT+}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}}^{\text{CPT+}}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

上式包括 CPT 不破坏的项，记为“CPT+”，和 CPT 破坏的项，记为“CPT-”。由于此论文主要研究引力中的洛伦兹对称性破坏，所以以上各项不再详细写出，有兴趣的读者可参考文献 [49, 50, 9, 11, 175]。

5.2.2 引力中的洛伦兹破坏

我们这小节考虑 SME 中引力的部分，但只考虑纯粹引力（pure gravity）部分，不考虑引力与物质的耦合情况。在引力的拉格朗日密度中，也可参考以上做法，在 Riemann-Cartan 时空中分别写出洛伦兹不变的项和洛伦兹破坏的项，分别记为 $\mathcal{L}_{e,\omega}^{\text{LI}}$ 和 $\mathcal{L}_{e,\omega}^{\text{LV}}$ [9]，

$$\mathcal{L}_{\text{gravity}} = \mathcal{L}_{e,\omega}^{\text{LI}} + \mathcal{L}_{e,\omega}^{\text{LV}}. \quad (5.7)$$

在方程 (5.7) 中，在观测者变换（包括“观测者局域洛伦兹变换”和“观测者微分同胚变换”）和粒子变换（包括“粒子局域洛伦兹变换”和“粒子微分同胚变

换”)下保持不变的项为,

$$\mathcal{L}_{e,\omega}^{\text{LI}} = \frac{1}{2\kappa}(eR - 2e\Lambda + \dots), \quad (5.8)$$

其中“...”表示,在 \mathcal{L}_{LI} 中可以考虑更高阶的包含黎曼张量 $R^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 、挠量 $T^{\lambda\mu\nu}$ 、协变导数 D_μ 等的项。

在洛伦兹破坏系数的涨落(如, Nambu-Goldstone 模式)不考虑的情况下,会导致局域洛伦兹对称性破坏的项为,

$$L_{e,\omega}^{\text{LV}} = \frac{1}{2\kappa}e \left[(k_T)^{\lambda\mu\nu} T_{\lambda\mu\nu} + (k_R)^{\kappa\lambda\mu\nu} R_{\kappa\lambda\mu\nu} + (k_{TT})^{\alpha\beta\gamma\lambda\mu\nu} T_{\alpha\beta\gamma} T_{\lambda\mu\nu} + (k_{DT})^{\kappa\lambda\mu\nu} D_\kappa T_{\lambda\mu\nu} + \dots \right], \quad (5.9)$$

其中, $(k_T)^{\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_R)^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_{TT})^{\alpha\beta\gamma\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_{DT})^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 等都是前面所介绍的洛伦兹破坏系数; $T^{\lambda\mu\nu}$ 和 $R^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 分别是挠量和黎曼张量。同理, 方程(5.9)在观测者变换下(包括观测者局域洛伦兹变换和观测者微分同胚变换)保持不变,但在粒子变换下不再是不变的了。由于粒子的局域洛伦兹对称性破坏必将导致粒子的微分同胚不变性的破坏,所以这些项同时破坏了粒子的局域洛伦兹不变性和粒子的微分同胚不变性[51]。这里需要特别强调的一点是,从自洽性的角度来说, $(k_T)^{\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_R)^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_{TT})^{\alpha\beta\gamma\lambda\mu\nu}$ 、 $(k_{DT})^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 等场在考虑弯曲时空的情况下不再能像在 Minkowski 时空下那样看成是常数(即明确的洛伦兹破坏; explicit Lorentz violation),而必须考虑其真空涨落的动力学(即自发对称性破坏下的 Nambu-Goldstone 模式)。这就使得洛伦兹破坏的理论在引力的框架下比在平直时空的框架下复杂了很多[176, 177, 178]。

5.2.3 交叉项

由爱因斯坦等效原理得到,由于引力与物质的耦合,倘若引力中存在洛伦兹对称性的破坏,也必将耦合到物质场中去。更有意思的情况是,有些洛伦兹破坏项在平直时空的标准模型中可以被吸收到物质场的重定义中,而在有引力的情况下,就不再能被完全吸收。所以对于这样的参数,只有引力实验能够探测。这就导致了非常丰富的唯像学内容,具体详细的讨论可参见文献[11, 175]。

5.3 黎曼空间中洛伦兹破坏的引力理论

在广义相对论中，我们考虑的 Christoffel 符号关于两个下角标是对称的，从而导致广义相对论是无挠的，即 $T^{\lambda\mu\nu} = 0$ [34]。下面，为了简单起见，i) 我们也不考虑挠量——只考虑 Einstein-Cartan 时空的无挠极限——即 Riemann 时空；ii) 同时，我们只考虑纯引力部分的拉格朗日量，特别地，我们不考虑引力与物质的耦合效应 [11, 175]；iii) 我们也只考虑最低阶的洛伦兹破坏项，即质量量纲与 Ricci 标量 R 相同的项。

在以上三个条件的限制下，我们能够写出的、最普遍的 SME 作用量为 [9, 10]，

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x e \left[(1-u)R - 2\Lambda + s^{\mu\nu} R_{\mu\nu}^T + t^{\kappa\lambda\mu\nu} C_{\kappa\lambda\mu\nu} \right], \quad (5.10)$$

其中 u 、 $s^{\mu\nu}$ 、 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 是洛伦兹破坏的场， $R_{\mu\nu}^T$ 是无迹的 Ricci 张量， $C_{\kappa\lambda\mu\nu}$ 是 Weyl 张量。就如前面所讨论的，在存在引力的情况下，为了保证微分同胚不变性，我们不再能够像在 Minkowski 平直时空中那样，把 u 、 $s^{\mu\nu}$ 、 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 场当做背景场来看待，而必须把它们看成是动力学场。也就是说，明确的洛伦兹破坏（explicit Lorentz violation）会导致与 Riemann-Cartan 时空的矛盾，而对称性自发破缺能与 Riemann-Cartan 时空相自洽 [9, 178]。

在处理 SME 的引力拓展时，我们考虑引力的自由度为 $g^{\mu\nu}$ ，而联络为 $g^{\mu\nu}$ 的函数——即考虑“度规形式”，而不是“Palatini”形式。另外，由于我们只考虑局部的引力效应（这里指考虑的尺度为 \mathcal{O} (AU) 级别，远小于宇宙学尺度），宇宙学常数可以取为 $\Lambda = 0$ 。

从作用量 (5.10) 可以看出， $s^{\mu\nu}$ 继承了 $R_{\mu\nu}^T$ 的对称性， $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 继承了 $C_{\kappa\lambda\mu\nu}$ 的对称性，所以 $s^{\mu\nu}$ 和 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 都是无迹的。洛伦兹破坏的场 (u 、 $s^{\mu\nu}$ 、 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$) 的自由度共有 20 个 [10]：

- u : 1 个自由度；
- $s^{\mu\nu}$: 对称、无迹，9 个自由度；
- $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$: 反对称、无迹，10 个自由度。

5.3.1 后牛顿近似

在第二章我们详细讨论了，二体问题除了在牛顿引力外，一般来说并无准确解。所以我们采用后牛顿近似。后牛顿近似是引力理论在弱场 ($GM/Rc^2 \ll 1$)、低速 ($v \ll c$) 情况下的近似理论 [13, 14, 15]。

场方程的线性化

根据前面的讨论，明确的洛伦兹破坏与 Riemann 时空相矛盾 [9, 51]，所以我们必须考虑 u 、 $s^{\mu\nu}$ 、 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 场的动力学。把这些场的真空期望值 \bar{u} 、 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 、 $\bar{t}^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 和它们的涨落 \tilde{u} 、 $\tilde{s}^{\mu\nu}$ 、 $\tilde{t}^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 分开写，有 [10]

$$u = \bar{u} + \tilde{u}, \quad (5.11)$$

$$s^{\mu\nu} = \bar{s}^{\mu\nu} + \tilde{s}^{\mu\nu}, \quad (5.12)$$

$$t^{\kappa\lambda\mu\nu} = \bar{t}^{\kappa\lambda\mu\nu} + \tilde{t}^{\kappa\lambda\mu\nu}. \quad (5.13)$$

同时，度规做一阶展开后得到，

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (5.14)$$

其中 $\eta^{\mu\nu}$ 为 Minkowski 度规。

考虑线性化情况，即只保留领头阶的贡献，通过一系列的计算，可以把涨落部分 (\tilde{u} 、 $\tilde{s}^{\mu\nu}$ 、 $\tilde{t}^{\kappa\lambda\mu\nu}$) 表达成 $h^{\mu\nu}$ 及其导数的形式，从而使得引力部分的场方程中只剩下洛伦兹破坏场的真空期望值 [10]，

$$R_{\mu\nu} = \kappa(S_M)_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu}^{\tilde{u}} + \Phi_{\mu\nu}^{\tilde{s}} + \Phi_{\mu\nu}^{\tilde{t}}. \quad (5.15)$$

具体的计算过程请参考文献 [10]。这里只是展示一下场方程的结构；关于各个量的具体定义可参考文献 [10] 的方程 (9—27)；另外，从 $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 的对称性和文献 [10] 中的普遍性的五条假设，可以得到 $\Phi_{\mu\nu}^{\tilde{t}} = 0$ ；即在领头阶上， $t^{\kappa\lambda\mu\nu}$ 并无贡献。

后牛顿度规与拉格朗日量

再把方程 (5.15) 作后牛顿展开, 采用规范 [10],

$$\partial_j g_{0j} = \frac{1}{2} \partial_0 g_{jj}, \quad (5.16)$$

$$\partial_j g_{jk} = \frac{1}{2} \partial_k (g_{jj} - g_{00}). \quad (5.17)$$

同时, 物质场用理想流体近似, 度规与物质场都展开到相应的后牛顿阶 (请参考第三章中的关于具体展开阶数的讨论) [13], 可得到方程 (5.10) 对应的后牛顿度规形式为 [10],

$$g_{00} = -1 + 2U + 3\bar{s}^{00}U + \bar{s}^{jk}U^{jk} - 4\bar{s}^{0j}V^j + \mathcal{O}(v^4/c^4), \quad (5.18)$$

$$g_{0j} = -\bar{s}^{0j}U - \bar{s}^{0k}U^{jk} - \frac{7}{2} \left(1 + \frac{1}{28}\bar{s}^{00}\right) V^j + \frac{3}{4}\bar{s}^{jk}V^k - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{15}{4}\bar{s}^{00}\right) W^j \\ + \frac{5}{4}\bar{s}^{jk}W^k + \frac{9}{4}\bar{s}^{kl}X^{klj} - \frac{15}{8}\bar{s}^{kl}X^{jkl} - \frac{3}{8}\bar{s}^{kl}Y^{klj} + \mathcal{O}(v^4/c^4), \quad (5.19)$$

$$g_{jk} = \delta^{jk} + (2 - \bar{s}^{00})\delta^{jk}U \\ + (\bar{s}^{lm}\delta^{jk} - \bar{s}^{jl}\delta^{mk} - \bar{s}^{kl}\delta^{jm} + 2\bar{s}^{00}\delta^{jl}\delta^{km})U^{lm} + \mathcal{O}(v^3/c^3), \quad (5.20)$$

其中 $U \equiv G \int d^3\mathbf{x}' \rho(\mathbf{x}', t)/|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ 为平常的牛顿引力势, U^{jk} 、 V^j 、 W^j 、 X^{jkl} 、 Y^{jkl} 为引力张量势, 定义可参见文献 [10] 的方程 (28); 与 PPN 框架中的定义略有不同与拓展。

利用上面的后牛顿度规表达式, 以及粒子的作用量,

$$S = \int d\tau \sqrt{g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} = \int dt L, \quad (5.21)$$

就可以得到在点粒子极限下, 后牛顿近似的多体相互作用的拉格朗日量为 [10],

$$L = \frac{1}{2} \sum_a m_a \mathbf{v}_a^2 + \frac{1}{2} \sum_{a \neq b} \frac{Gm_a m_b}{r_{ab}} \left(1 + \frac{3}{2}\bar{s}^{00} + \frac{1}{2}\bar{s}^{jk} \hat{r}_{ab}^j \hat{r}_{ab}^k\right) \\ - \frac{1}{2} \sum_{a \neq b} \frac{Gm_a m_b}{r_{ab}} (3\bar{s}^{0j} v_a^j + \bar{s}^{0j} \hat{r}_{ab}^j v_a^k \hat{r}_{ab}^k) + \dots \quad (5.22)$$

上式中的 \bar{s}^{00} 、 \bar{s}^{0j} 、 \bar{s}^{jk} 为投影到具体给定的坐标架上的场量值, 是依赖于坐标系

的选择的； \mathbf{v}_a 是给定坐标系后的坐标系速度； \hat{r}_{ab}^j 是从 a 指向 b 的单位矢量 $\hat{\mathbf{r}}$ 的坐标 j 分量。

5.3.2 与 PPN 框架的比较

SME 是从拉格朗日密度 (5.9) 为出发点，作为有效场论而考虑的理论框架。而 PPN 框架是以时空度规为出发点，描述在有各向同性的优先参考系存在、能量动量守恒破坏等情况下的引力多体行为。二者的出发点不同，所以研究它们之间的异同和关联是十分有趣的 [10]。

由于方程 (5.9) 并不显式依赖于时空坐标，所以很明显，在 SME 框架内，能量动量是守恒的，故相应的描述能量动量守恒性破坏的 PPN 参数 $\alpha_3 = \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 0$ 。另外，SME 框架中也并不存在局域位置不变性的破坏，所以有 $\xi = 0$ 。

普遍来说，SME 并不像 PPN 框架那样存在一个优先的参考系，因为 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的空间空间 (spatial-spatial) 成分会破坏时空的各向同性，从而使得在任何一个坐标系中都找不到各向同性的参考系。倘若我们想要有个优先参考系，那么 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 场在该参考系中就必须取为，

$$\bar{s}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \bar{s}^{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{00} \end{pmatrix}. \quad (5.23)$$

在假设存在优先参考系的情况下，Bailey 和 Kostelecký 经过对 SME 和 PPN 的后牛顿度规的比较得到 [10]，

$$\alpha_1 = -\frac{16}{3}\bar{s}^{00}, \quad (5.24)$$

$$\alpha_2 = -\frac{4}{3}\bar{s}^{00}, \quad (5.25)$$

$$\gamma = 1 - \frac{4}{3}\bar{s}^{00}, \quad (5.26)$$

另外，还需要重新标度引力常数 $G_{\text{new}} = G \left(1 + \frac{5}{3}\bar{s}^{00}\right)$ 。

从上面的比较得到, SME 中只有一个参数与 PPN 框架有重合, 所以 SME 框架中包含很多 PPN 框架所没有的元素; 相反地, PPN 框架中也包含很多 SME 框架中所没有的自由度 (如, 破坏能量动量守恒性的自由度)。SME 框架还可以跟其它引力参数化框架做比较, 如 Nordtvedt 的各向异性宇宙 [179]。有兴趣的读者可参考文献 [10]。

第六章 脉冲星检验 SME 框架

本章介绍在标准模型拓展 (standard-model extension; SME) 框架下, 脉冲星系统在洛伦兹对称性破坏的引力理论中的行为, 包括脉冲星单星和双星系统的理论分析与基于此所发展的一系列实验检验 [10, 24, 25]。上一章所介绍的 SME 框架中质量量纲小于四的算符所构成的纯引力部分中, 九个刻画引力偏离广义相对论的洛伦兹破坏参数 $s^{\mu\nu}$ 的最强限制都是来自于与脉冲星相关的观测 [24, 25, 32]。这里就对这些限制的理论基础与观测事实做个总结, 更具体、更详尽的分析请参考原始文献 [10, 24, 25]。

6.1 SME 坐标系与坐标变换

由于在 SME 框架中, 洛伦兹对称性的破坏是对称性自发破缺而形成的“真空凝结”的向量场和张量场的真空期望值而实现的, 而这些真空场的数值是与具体坐标系相联系的 (参考上一章所讨论的粒子的洛伦兹变换和观测者的洛伦兹变换), 所以要讨论具体的洛伦兹破坏系数的大小就需要引入明确的坐标系 [9, 10, 24]。这样的好处是可以对来自于不同类型的实验检验进行直接比较。在传统的平直时空的 SME 实验检验平台上, 大家统一使用的是以太阳为中心的赤道坐标系 (Sun-centered celestial-equatorial frame; 以下简称为 SME 坐标系) [180]。对于弯曲时空的 SME 框架的检验, 需要对平直时空的 SME 坐标系稍作修改与拓展 [10], 即引入与平直时空的 SME 坐标系共动的渐进惯性的坐标系 (asymptotically inertial frame), 具体理论上的讨论请参考文献 [10] 的章节 5.A.1。

后牛顿展开框架中的 SME 坐标系与脉冲星系统的坐标系的相互关系的图示请见图 6.1。其中与脉冲星系统的质心坐标系相关的空间坐标标架 $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ 与第一章中的图 1.2 一致; 具体来说, $\hat{\mathbf{K}}$ 是从观测者指向脉冲星双星系统质心的单

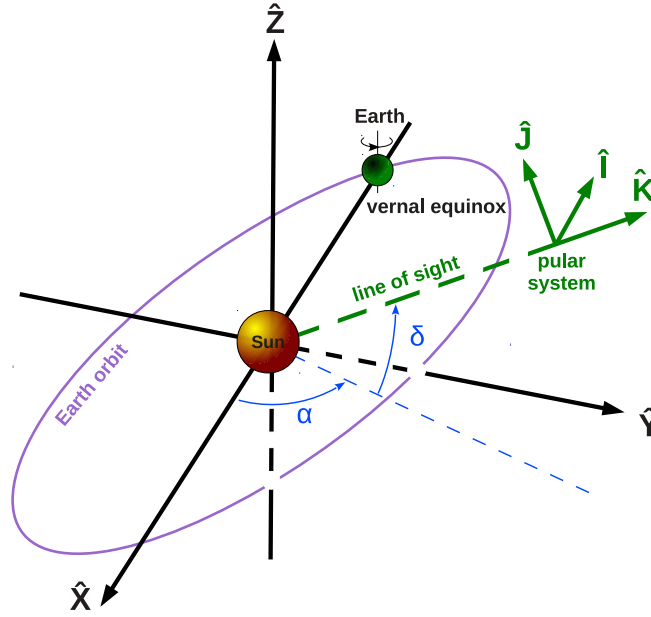


图 6.1: SME 坐标系的时空标架 $(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{Z}})$ 与观测脉冲星系统的时空标架 $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ 的关系。具体定义请参考正文。该图取自文献 [24]。

位矢量, $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}})$ 构成天空平面, 其中 $\hat{\mathbf{I}}$ 指向东边, $\hat{\mathbf{J}}$ 指向北边。SME 的时空坐标系 $(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{Z}})$ 的坐标原点取在太阳系的质心; $\hat{\mathbf{Z}}$ 轴取在地球自转轴的北极方向; $\hat{\mathbf{X}}$ 轴是地球在 2000 年的春分点时, 从地球指向太阳系质心的单位矢量; 最后的 $\hat{\mathbf{Y}} \equiv \hat{\mathbf{Z}} \times \hat{\mathbf{X}}$ 轴与以上两个方向一起构成右手直角坐标系。从太阳系的质心指向脉冲星系统的质心的方向由赤经 α 、赤纬 δ 两个角度描述。

由于脉冲星系统相对于太阳系的速度 $v^{\text{PSR}} \sim 10^2 \text{ km s}^{-1}$, 其引入的“推促”的大小 $\lesssim \mathcal{O}(v^{\text{PSR}}/c) \sim 10^{-3}$ 。所以, 我们暂时先不加以考虑。从图 1.2 和图 6.1 的比较可以得到, 为了对齐基于脉冲星双星系统的坐标架 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 和 SME 标准坐标架 $(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{Z}})$, 我们可以引入 SO(3) 的转动矩阵 \mathcal{R} ,

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{c}} \end{pmatrix} = \mathcal{R} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{Y}} \\ \hat{\mathbf{Z}} \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

为了与观测上测量的角度有更加紧密的联系, 通过坐标架 $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ 的帮助,

\mathcal{R} 可以有效地分解为五个部分 [24],

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}^{(\omega)}\mathcal{R}^{(i)}\mathcal{R}^{(\Omega)}\mathcal{R}^{(\delta)}\mathcal{R}^{(\alpha)}, \quad (6.2)$$

其中 $\mathcal{R}^{(\omega)}$ 、 $\mathcal{R}^{(i)}$ 、 $\mathcal{R}^{(\Omega)}$ 、 $\mathcal{R}^{(\delta)}$ 、 $\mathcal{R}^{(\alpha)}$ 分别为,

$$\mathcal{R}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

$$\mathcal{R}^{(\delta)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \\ 0 & -\cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (6.4)$$

$$\mathcal{R}^{(\Omega)} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

$$\mathcal{R}^{(i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$

$$\mathcal{R}^{(\omega)} = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6.7)$$

关于轨道倾角 i 、近星点经度 ω 、升交点经度 Ω 的定义请参考图 1.2。

忽略推促效应后, 张量场 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 在空间转动下的变换为,

$$\bar{s}^{tt} \doteq \bar{s}^{TT}, \quad (6.8)$$

$$\bar{s}^{AB} \doteq \mathcal{R}_x^A \mathcal{R}_y^B \bar{s}^{xy}, \quad (6.9)$$

$$\bar{s}^{tA} \doteq \mathcal{R}_x^A \bar{s}^{Tx}, \quad (6.10)$$

其中 $A, B = a, b, c$; $x, y = X, Y, Z$; “ \doteq ” 代表我们忽略了来自“推促”部分的贡献。另外, T 为 SME 坐标系的坐标时间, t 为脉冲星坐标系的坐标时间。

6.2 理论分析

在 PPN 框架中, 能动量守恒情况下的洛伦兹破坏由 PPN 参数 α_1 、 α_2 和系统相对于优先参考系的“绝对速度” \mathbf{w} 来描述, 而在 SME 框架中, 领头阶的可观测的洛伦兹破坏由张量场的真空期望值 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 描述。两者所描述的物理理论出发点与物理自由度并不相同, 但具体的计算发现, 这两者之间存在着一定的对应 [10, 24]。

在 SME 框架中, 倘若洛伦兹破坏系数不为零, 那么, 也会产生与 PPN 框架中类似的单星的自转方向的进动 (进动方向由矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的取值决定)、以及双星轨道参数随时间的超出广义相对论的演化行为。这小节中, 我们对此做个理论上的总结。

6.2.1 单星的自转演化

就像在章节 4.3 中所讨论的, Nordtvedt 推导了内部处于平衡态的星体的自转方向在 PPN 参数 α_2 的影响下, 会出现绕着“绝对速度”方向进动的行为 [27]。我们也可以从 SME 的后牛顿拉格朗日量 (5.22) 出发, 沿着 Nordtvedt 的思路, 推导出在 SME 框架下, 星体的自转方向会出现如下进动 [24],

$$\Omega_k^{\text{prec}} = \frac{\pi}{P} \bar{s}^{jk} \hat{S}^j, \quad (6.11)$$

这里 P 是星体的自转周期, $\hat{\mathbf{S}}$ 为星体自转方向的单位矢量, j 的求和按照 Einstein 约定进行 (这里对 $j = 1, 2, 3$ 求和)。可以看到, PPN 框架中 α_2 引起的星体自转绕着“绝对速度”方向的进动对应到这里的绕着由 SME 系数 \bar{s}^{jk} 的数值大小所决定的一个等效的方向的进动。

与章节 4.3 的思路一样, 进动 (6.11) 会因为毫秒脉冲星的自转周期小而得到极大的“放大”, 从而使得毫秒脉冲星成为检验这样一种进动的绝佳的实验室。从几何关系上就可以得到,

$$\frac{d\lambda}{dt} = \hat{\mathbf{e}} \cdot \boldsymbol{\Omega}^{\text{prec}} = \frac{\pi}{P} \bar{s}^{jk} \hat{S}^j \hat{e}^k, \quad (6.12)$$

其中 $\hat{\mathbf{e}} \equiv \hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{S}} / |\hat{\mathbf{K}} \times \hat{\mathbf{S}}|$ 的定义请参见图 4.5。

延续采用前面的几何锥模型 (4.33) [144] 中得到的关于自转方向与视线方向的夹角 λ 的变化与脉冲星的脉冲轮廓宽度 W 的变化的关系式 (4.34), 我们可以得到,

$$\bar{s}^{jk} \hat{S}^j \hat{e}^k = \frac{P}{2\pi} \frac{\sin(W/2)}{\cot \lambda \cos(W/2) + \cot \alpha} \frac{dW}{dt}, \quad (6.13)$$

上式中各个量的定义与章节 4.3 一致。这样一来, 我们就得到了 \bar{s}^{jk} 分量的线性组合 (这里是在 \hat{S} 方向与 \hat{e} 方向上的投影) 与 dW/dt 的具体关系式。如此, 我们对脉冲星轮廓的稳定性的观测限制 (参见章节 4.3) 可以转化为对 \bar{s}^{jk} 的分量的线性组合的限制 [24]。

需要强调的一点是, 从方程 (6.13) 的左手边可以看出, 由于 \hat{e} 的定义可以推出 $\hat{e} \perp \hat{S}$, 所以 $\bar{s}^{\text{TT}} = \bar{s}^{\text{XX}} + \bar{s}^{\text{YY}} + \bar{s}^{\text{ZZ}}$ 分量并不能在自转演化中起到任何作用 [10, 24, 25]。也就是说, 我们没法通过单星的自转演化的行为来限制 \bar{s}^{TT} 分量。

6.2.2 双星系统的轨道动力学

对于双星系统的轨道演化而言, Bailey 和 Kostelecký 采用轨道微扰的方法, 计算了在轨道平均的意义上, 轨道参数随着时间的变化 [10]。这里, 我们关心的主要是以下几个参数,

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 0, \quad (6.14)$$

$$\left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle = n_b F_e \sqrt{1-e^2} \left(-e F_e \bar{s}^{ab} + 2\delta X \mathcal{V}_O \bar{s}^{0a} \right), \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\omega}{dt} \right\rangle &= \frac{3n_b \mathcal{V}_O^2}{1-e^2} - \frac{n_b F_e \cot i}{\sqrt{1-e^2}} \left(\sin \omega \bar{s}^{ac} + \sqrt{1-e^2} \cos \omega \bar{s}^{bc} + 2\delta X e \mathcal{V}_O \cos \omega \bar{s}^{0c} \right) \\ &\quad + n_b F_e \left(F_e \frac{\bar{s}^{aa} - \bar{s}^{bb}}{2} + \frac{2}{e} \delta X \mathcal{V}_O \bar{s}^{0b} \right), \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle &= \frac{1 - \delta X F_e \mathcal{V}_O \cos i}{2} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \times \\ &\quad \left(\cos \omega \bar{s}^{ac} - \sqrt{1-e^2} \sin \omega \bar{s}^{bc} - 2\delta X e \mathcal{V}_O \sin \omega \bar{s}^{0c} \right), \end{aligned} \quad (6.17)$$

其中 F_e 、 \mathcal{V}_O 的定义请参考第四章；张量场 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的各个分量都已经投影到脉冲星坐标系 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 上；另外，我们定义了，

$$\delta X \equiv \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}. \quad (6.18)$$

参考 α_1 和 α_2 参数的相关计算，以上方程组也可以写为等价的矢量形式 [24]，

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\mathbf{e}}{dt} \right\rangle &= e\dot{\omega}_R \hat{\mathbf{b}} - n_b e F_e \left(F_e \sqrt{1 - e^2} \bar{s}^{ab} \hat{\mathbf{a}} - F_e \frac{\bar{s}^{aa} - \bar{s}^{bb}}{2} \hat{\mathbf{b}} + \bar{s}^{bc} \hat{\mathbf{c}} \right) \\ &\quad + 2\delta X \mathcal{V}_O n_b F_e \left(\sqrt{1 - e^2} \bar{s}^{0a} \hat{\mathbf{a}} + \bar{s}^{0b} \hat{\mathbf{b}} - \frac{e^2}{\sqrt{1 - e^2}} \bar{s}^{0c} \hat{\mathbf{c}} \right), \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle &= n_b F_e \left(\sqrt{1 - e^2} \bar{s}^{bc} \hat{\mathbf{a}} - \bar{s}^{ac} \hat{\mathbf{b}} + e^2 F_e \bar{s}^{ab} \hat{\mathbf{c}} \right) \\ &\quad + 2\delta X \mathcal{V}_O n_b e F_e \left(\bar{s}^{0c} \hat{\mathbf{a}} - \bar{s}^{0a} \hat{\mathbf{c}} \right), \end{aligned} \quad (6.20)$$

其中 $\mathbf{e} \equiv e\hat{\mathbf{a}}$ ， $\mathbf{l} \equiv \sqrt{1 - e^2}\hat{\mathbf{c}}$ [26, 21]。

原则上，对于每个脉冲星双星系统，我们可以构造三个检验，分别通过 \dot{e} 、 $\dot{\omega}$ 、 \dot{x} 的观测来限制 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 张量场的分量的线性组合 [24]。但实际上，由于观测方面的限制，我们并不总是能够做到这一点 [24]；具体的分析请见后面的章节。

另外有一点需要指出的是，具体的计算表明，这些双星轨道动力学方程中并不含有 $\bar{s}^{\text{TT}} = \bar{s}^{\text{XX}} + \bar{s}^{\text{YY}} + \bar{s}^{\text{ZZ}}$ 分量；所以，同脉冲星单星的自转演化行为一样，脉冲星双星的轨道动力学的观测也没法限制 \bar{s}^{TT} 参数的值 [10, 24]。

由于在我们所使用的检验 SME 框架的脉冲星系统中，包含有一定数量的小椭率 ($e \ll 1$) 的脉冲星双星系统，所以这里有必要专门写下小椭率的脉冲星双星系统的轨道动力学。从方程 (6.14—6.17) 很容易得到 $e \ll 1$ 极限下有，

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 0, \quad (6.21)$$

$$\left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle \simeq n_b \delta X \mathcal{V}_O \bar{s}^{0a}, \quad (6.22)$$

$$\left\langle \frac{d\omega}{dt} \right\rangle \simeq 3n_b \mathcal{V}_O^2 + \frac{n_b}{e} \delta X \mathcal{V}_O \bar{s}^{0b}, \quad (6.23)$$

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle \simeq \frac{1 - \delta X}{4} \mathcal{V}_O \cos i \left(\bar{s}^{ac} \cos \omega - \bar{s}^{bc} \sin \omega \right). \quad (6.24)$$

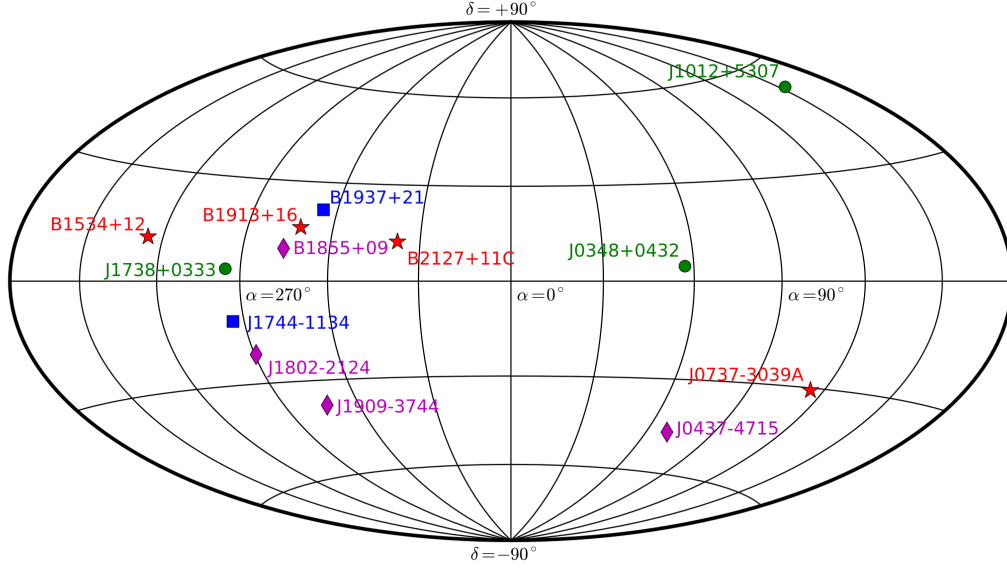


图 6.2: 检验 *SME* 框架中洛伦兹对称性破坏参数时使用的脉冲星系统在赤道坐标系中的分布。蓝色方块、绿色圆圈、紫色菱形、红色星形分别代表脉冲星单星系统、有独立于引力理论的质量测量的小椭圆率脉冲星双星系统、无独立于引力理论的质量测量的小椭圆率脉冲星双星系统、椭圆轨道的脉冲星双星系统。该图取自文献 [24]。

另外, Laplace-Lagrange 参数 $\eta \equiv e \sin \omega$ 和 $\kappa \equiv e \cos \omega$ 的时间导数为,

$$\left\langle \frac{d\eta}{dt} \right\rangle \simeq n_b \delta X \mathcal{V}_O \left(\bar{s}^{0a} \sin \omega + \bar{s}^{0b} \cos \omega \right) + 3en_b \mathcal{V}_O^2 \cos \omega, \quad (6.25)$$

$$\left\langle \frac{d\kappa}{dt} \right\rangle \simeq n_b \delta X \mathcal{V}_O \left(\bar{s}^{0a} \cos \omega - \bar{s}^{0b} \sin \omega \right) - 3en_b \mathcal{V}_O^2 \sin \omega. \quad (6.26)$$

6.3 脉冲星系统简介

本节简要综述在 *SME* 框架中检验引力的洛伦兹对称性的脉冲星系统。在文献 [24] 检验 *SME* 框架的工作中, 我们总共使用了 13 个脉冲星系统, 其中包括 2 个脉冲星单星系统: PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 [22]; 11 个脉冲星双星系统: PSR B1913+16 [181]、PSR B1534+12 [182]、PSR J0737-3039A

[183]、PSR B2127+11C [184]、PSR J1738+0333 [46]、PSR J1012+5307 [127]、PSR J0348+0432 [111]、PSR J1802-2124 [185]、PSR J0437-4715 [186]、PSR B1855+09 和 PSR J1909-3744 [146]。这里的单星系统的脉冲轮廓观测用来做自转方向进动的限制，双星系统的关于轨道动力学的观测用来做洛伦兹破坏对轨道运动影响的限制。更多的介绍请参考文献 [24] 的附录，以及脉冲星系统的原始观测文献 [182, 183, 184, 186, 127, 146, 181, 185, 46, 22, 111]。

由于各个脉冲星系统的内在特性与观测结果不同，所以它们能够做的引力检验的数目与特性也有所不同；需要分别分析与对待。我们这里主要分为四组（分组的标准与检验数目的讨论请参考下一小节） [24]：

1. 第一组——脉冲星单星系统：PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134（参见表格 4.2）；
2. 第二组——有独立于广义相对论理论的质量测量的小椭率 ($e \ll 1$) 脉冲星双星系统：PSR J1738+0333、PSR J1012+5307 和 PSR J0348+0432（参见表格 4.1）；
3. 第三组——无独立于广义相对论理论的质量测量的小椭率 ($e \ll 1$) 脉冲星双星系统：PSR J1802-2124、PSR J0437-4715、PSR B1855+09 和 PSR J1909-3744（参见表格 6.1）；
4. 第四组——无独立于广义相对论理论的质量测量的大椭率脉冲星双星系统：PSR B1913+16、PSR B1534+12、PSR J0737-3039A、PSR B2127+11C（参见表格 6.2）。

这里第一组的脉冲星系统每个贡献 1 个关于 SME 洛伦兹破坏系数的线性组合的检验（小计 $1 \times 2 = 2$ 个），第二组的脉冲星系统每个贡献 3 个关于 SME 洛伦兹破坏系数的线性组合的检验（小计 $3 \times 3 = 9$ 个），第三组和第四组的脉冲星系统每个贡献 2 个关于 SME 洛伦兹破坏系数的线性组合的检验（小计 $4 \times 2 + 4 \times 2 = 16$ 个）。所以，共计有 $2 + 9 + 16 = 27$ 组限制。我们下面就对这几个脉冲星系统做个简要的回顾。其中 PSR B1937+21、PSR J1744-1134（参见表格 4.2）和 PSR J1738+0333、PSR J1012+5307（参见表格 4.1）由于已经在第四章中做了介绍，这里不再重复。

- PSR J0348+0432 [111]：这个系统是 Green Bank 射电望远镜在一次 350 兆赫兹的漂移扫描（drift-scan）巡天中发现的。脉冲星的自转周期是 39 毫秒，

表 6.1: 脉冲星系统 PSR J1802-2124 [185]、PSR J0437-4715 [186]、PSR B1855+09 和 J1909-3744 [146] 的相关参数。轨道倾角 i 和 $180^\circ - i$ 之间存在简并性，这里只列出 $i < 90^\circ$ 的结果。表格取自文献 [24]。

脉冲星	J1802-2124	J0437-4715	B1855+09	J1909-3744
观测时间, T_{obs} (yr)	~ 6 [185]	~ 10 [186]	~ 22 [146]	~ 5 [146]
赤经, α (J2000)	$18^{\text{h}}02^{\text{m}}05^{\text{s}}.335576(5)$	$04^{\text{h}}37^{\text{m}}15^{\text{s}}.814764(3)$	$18^{\text{h}}57^{\text{m}}36^{\text{s}}.392909(7)$	$19^{\text{h}}09^{\text{m}}47^{\text{s}}.4366120(4)$
赤纬, δ (J2000)	$-21^\circ 24' 03''.649(2)$	$-47^\circ 15' 08''.62417(3)$	$09^\circ 43' 17''.2754(2)$	$-37^\circ 44' 14''.38013(2)$
自行, μ_α (mas yr^{-1})	$-0.85(5)$	$121.45(1)$	$-2.64(2)$	$-9.510(4)$
自行, μ_δ (mas yr^{-1})	< 2.4	$-71.46(1)$	$-5.46(2)$	$-35.859(10)$
自转周期, P (ms)	$12.6475935865227(3)$	$5.7574519243621(1)$	$5.36210054173545(3)$	$2.9471080681076399(5)$
轨道周期, P_b (d)	$0.698889243381(5)$	$5.741046(2)$	$12.32719(2)$	$1.533449474590(3)$
半主轴投影, x (lt-s)	$3.7188533(5)$	$3.36669708(14)$	$9.230780(3)$	$1.89799106(4)$
椭圆率, e (10^{-5})	$0.248(5)$	$1.9180(7)$	$2.170(3)$	$0.013(1)$
近星点经度, ω (deg)	$20(2)$	$1.22(5)$	$276.5(1)$	$182(9)$
近星点时间, T_0 (MJD)	$53452.673(4)$	$52009.8524(8)$	$50476.095(4)$	$53630.723214894(2)$
$\eta \equiv e \sin \omega$ (10^{-7})	$8.6(9)$	$-0.04(20)$
$\kappa \equiv e \cos \omega$ (10^{-7})	$23.2(4)$	$-1.3(1)$
Shapiro 延迟参数, s	$0.984(2)$	$0.675(3)$	$0.9990(4)$	$0.9980(1)$
Shapiro 延迟参数, r (μs)	$3.8(2)$	$1.25(9)$	$1.33(7)$	$1.04(1)$
升交点经度, Ω (deg)	...	$208(7)$
估算量				
$ \dot{e} $ 上限 (10^{-16} s^{-1})	9.1	0.77	1.5	2.2
$ \dot{x} $ 上限 ($10^{-15} \text{ s s}^{-1}$)	9.1	1.5	15	0.88
基于广义相对论的推导量				
脉冲星质量, m_1 (M_\odot)	$1.24(11)$	$1.76(20)$	$1.6(2)$	$1.53(2)$
伴星质量, m_2 (M_\odot)	$0.78(4)$	$0.254(18)$	$0.27(2)$	$0.212(2)$
$\delta X \equiv (m_1 - m_2)/M$	$0.23(5)$	$0.75(3)$	$0.71(1)$	$0.757(1)$
轨道倾角, i (deg)	$79.9(6)$	$42.4(2)$	$87.5(5)$	$86.4(1)$
近星点进动, $\dot{\omega}$ (deg yr^{-1})	$0.58(2)$	$0.016(8)$	$0.0046(3)$	$0.141(1)$
特征速度, V_O (km s^{-1})	$303(6)$	$150(5)$	$114(4)$	$222(1)$

表 6.2: 脉冲星 PSR B1913+16 [181]、PSR B1534+12 [182]、PSR B2127+11C [184] 和 PSR J0737-3039A [183] 的相关参数。轨道倾角 i 和 $180^\circ - i$ 之间存在简并性，这里只列出 $i < 90^\circ$ 的结果。表格取自文献 [24]。

脉冲星	B1913+16	B1534+12	B2127+11C	J0737-3039A
观测量				
观测时间, T_{obs} (year)	~ 25 [181]	~ 12 [182]	~ 12 [184]	~ 3 [183]
赤经, α (J2000)	19 ^h 15 ^m 27 ^s .99928(9)	15 ^h 37 ^m 09 ^s .960312(10)	21 ^h 30 ^m 01 ^s .2042(1)	07 ^h 37 ^m 51 ^s .24927(3)
赤纬, δ (J2000)	16°06'27".3871(13)	11°55'55".5543(2)	12°10'38".209(4)	-30°39'40".7195(5)
自行, μ_α (mas yr ⁻¹)	-1.43(13)	1.32(3)	-1.3(5)	-3.3(4)
自行, μ_δ (mas yr ⁻¹)	-0.70(13)	-25.12(5)	-3.3(10)	2.6(5)
自转周期, P (ms)	59.0300032180(5)	37.9044407982695(4)	30.52929614864(1)	22.699378599624(1)
轨道周期, P_b (day)	0.322997448911(4)	0.420737299122(10)	0.33528204828(5)	0.10225156248(5)
椭圆率, e	0.6171334(5)	0.2736775(3)	0.681395(2)	0.0877775(9)
半主轴投影, x (lt-s)	2.341782(3)	3.729464(2)	2.51845(6)	1.415032(1)
近星点经度, ω (deg)	292.54472(6)	274.57679(5)	345.3069(5)	87.0331(8)
近星点时间, T_0 (MJD)	52144.90097841(4)	50260.92493075(4)	50000.0643452(3)	53155.9074280(2)
近星点进动, $\dot{\omega}$ (deg yr ⁻¹)	4.226598(5)	1.755789(9)	4.4644(1)	16.89947(68)
爱因斯坦延迟参数, γ (ms)	4.2992(8)	2.070(2)	4.78(4)	0.3856(26)
Shapiro 延迟参数, s	...	0.975(7)	...	0.99974 ^{+0.00016} _{-0.00039}
Shapiro 延迟参数, r (μs)	...	6.7(10)	...	6.21(33)
内禀的 P_b , P_b^{int} (10^{-12} s s ⁻¹)	-2.396(5)	-0.174(11)	-3.95(13)	-1.252(17)
质量比, $q \equiv m_1/m_2$	1.0714(11)
估测量				
$ \dot{e} $ 上限 (10^{-14} s ⁻¹)	0.22	0.27	1.8	3.3
$ \dot{\omega} $ 上限 (10^{-13} s s ⁻¹)	0.13	0.18	5.5	0.37
基于广义相对论的推定量				
脉冲星质量, m_1 (M_\odot)	1.4398(2)	1.3332(10)	1.358(10)	1.3381(7)
伴星质量, m_2 (M_\odot)	1.3886(2)	1.3452(10)	1.354(10)	1.2489(7)
$\delta X \equiv (m_1 - m_2)/M$	0.0181(1)	-0.0045(5)	0.001(5)	0.0345(4)
轨道倾角, i (deg)	47.194(7)	77.2(1)	50.1(4)	88.69 ^{+0.50} _{-0.76}
特征速度, v_0 (km s ⁻¹)	438.8390(4)	394.593(1)	427.426(7)	625.04(1)

轨道周期仅有 2.5 个小时。伴星是颗低质量的白矮星，它的光谱随轨道相位的变化被 VLT 望远镜 (Very Large Telescope) 获得，从而可以用白矮星的模型得到白矮星的质量 m_2 。同时，结合射电脉冲星计时的观测，可以得到白矮星和脉冲星的质量比 $q = m_1/m_2$ ，以及整个系统沿着视线方向的径向速度 v_r 。这样得到的脉冲星的质量为 $2.01 \pm 0.04 M_\odot$ ，是迄今为止发现的最重的中子星，成为研究致密核物质的物态方程的理想实验室。由于它的轨道周期小、紧致，所以也是研究引力辐射的理想实验室，对 \dot{P}_b 的测量得到了标量张量理论的严格限制。

- PSR J1802–2124 [185]: 这个系统是 2002 的 Parkes 多波束脉冲星巡天中发现的。脉冲星的自转周期为 12.6 毫秒，轨道周期为 16.8 小时。伴星是颗较重的白矮星。在该系统中，由于轨道倾角较大，已经测到了 Shapiro 延迟，从而可以在广义相对论的框架下得到白矮星和脉冲星的质量。另外，它的椭圆率的测量精度非常高，误差为 $\mathcal{O}(10^{-8})$ 。
- PSR J0347–4715 [186]: 1993 年在 Parkes 巡天中被发现，是最亮的、最近的毫秒脉冲星。它的测时精度非常高，时间残差在 200 纳秒左右。该系统的 Shapiro 延迟也已被测到。另外，由于它的距离很近，所以由于自行而导致的轨道倾角的变化也已被测到，从而可定出 i 和 $180^\circ - i$ 之间的不确定性，以及 Ω 的大小 [187]，最终得到轨道三维的位型。由于它的测时精度高，故已被用来检验太阳系星表的误差、引力常数的时间变化率等。
- PSR B1855+09 [146]: 1986 年在 Arecibo 射电望远镜上被发现。它的自转周期为 5.4 毫秒，轨道周期为 12.3 天。伴星是个氦白矮星，已被 Keck 望远镜和 Hubble 望远镜观测到。这是第一个探测到 Shapiro 延迟的脉冲星双星系统 [188]。虽然关于洛伦兹对称性的检验在紧致轨道的脉冲星双星系统中比较容易得到好的限制，但这颗脉冲星由于观测时标长，也不失为一个好的检验场所。
- PSR J1909–3744 [146]: 在 Parkes 射电望远镜的 Swinburne 高银纬脉冲星巡天中被发现。它的脉冲轮廓宽度非常窄，是个高精度测时的好场所，测时残差已达到 200 纳秒。它的轨道倾角较大，已测到 Shapiro 延迟。
- PSR B1913+16 [181]: 这是第一个发现的脉冲星双星系统。脉冲星的自转周期为 59 毫秒，轨道周期为 7.75 小时。自它被发现后，脉冲星天文学成为了

检验引力理论、特别是强场引力理论的新场所。广义相对论在这个系统中被验证到了 0.2% 的精度。相对论性效应包括近星点的进动、爱因斯坦延迟和轨道周期的衰变。由于它的观测时间长，在我们所使用的数据中， 4°yr^{-1} 的近星点进动已经转出了约 100° 。

- PSR B1534+12 [182, 189]: 这是在 Arecibo 发现的自转周期为 38 毫秒、轨道周期为 10.1 小时的双中子星系统。由于它的轨道倾角大，故已测到 Shapiro 延迟。另外，也在这个系统中测到了近星点的进动、爱因斯坦延迟和轨道周期的衰变。
- PSR J0737-3039A [183]: 这是迄今为止发现的唯一一个双脉冲星系统，轨道周期为 2.5 个小时，特征速度达到 625 km s^{-1} 。由于两个中子星都能做计时观测，所以可以得到两颗星的质量比。另外，还测到了近星点进动、爱因斯坦延迟、Shapiro 延迟和轨道周期衰变。这样一来，这个系统可以提供引力理论的多个检验。只使用 3 年的数据，广义相对论已经被检验到 0.05% 的精度；更新的数据对引力理论有了更强的限制 [190]。
- PSR B2127+11C [184]: 这个系统发现于 1989 年，处在球状星团 M15 (又称 NGC 7078) 中，自转周期为 31 毫秒，轨道周期为 8 小时。它的轨道参数与 PSR B1913+16 非常类似，也测到了近星点的进动、爱因斯坦延迟和轨道周期的衰变。广义相对论在这个系统中被检验到了 3% 的精度。

所有上面介绍的 13 个脉冲星系统在天空中的分布请见图 6.2。可见它们的分布大致来说比较均匀，这对 SME 的张量场 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的检验中去除参数之间的简并性有很大的帮助。

6.4 SME 框架的统一检验

在考虑用章节 6.2 中推导的结果用到章节 6.3 中的脉冲星系统中，需要考虑到如下方面 [24]:

1. 由于在脉冲星的观测文献中，一般来说大家不汇报测时参数 \dot{e} 和 \dot{x} 的上限，所以我们这里需要对其进行估算。我们采用的估算是通过 e 和 x 的误差值。如果考虑参数 e 和 x 对时间有个线性的演化，即

$$e(t) = e_0 + \dot{e}(t - t_0), \quad (6.27)$$

表 6.3: 来自脉冲星的对 SME 框架中的洛伦兹破坏系数的限制。其中的 K -因子反映了脉冲星的限制相比较原先的月球测距实验和原子比重仪的限制 [30] 的改进因子。该表格取自文献 [24]。

SME 系数	68% 置信区间	K -因子
\bar{s}^{TX}	$(-5.2, 5.3) \times 10^{-9}$	118
\bar{s}^{TY}	$(-7.5, 8.5) \times 10^{-9}$	163
\bar{s}^{TZ}	$(-5.9, 5.8) \times 10^{-9}$	650
\bar{s}^{XY}	$(-3.5, 3.6) \times 10^{-11}$	42
\bar{s}^{XZ}	$(-2.0, 2.0) \times 10^{-11}$	70
\bar{s}^{YZ}	$(-3.3, 3.3) \times 10^{-11}$	42
$\bar{s}^{XX} - \bar{s}^{YY}$	$(-9.7, 10.1) \times 10^{-11}$	16
$\bar{s}^{XX} + \bar{s}^{YY} - 2\bar{s}^{ZZ}$	$(-12.3, 12.2) \times 10^{-11}$	310

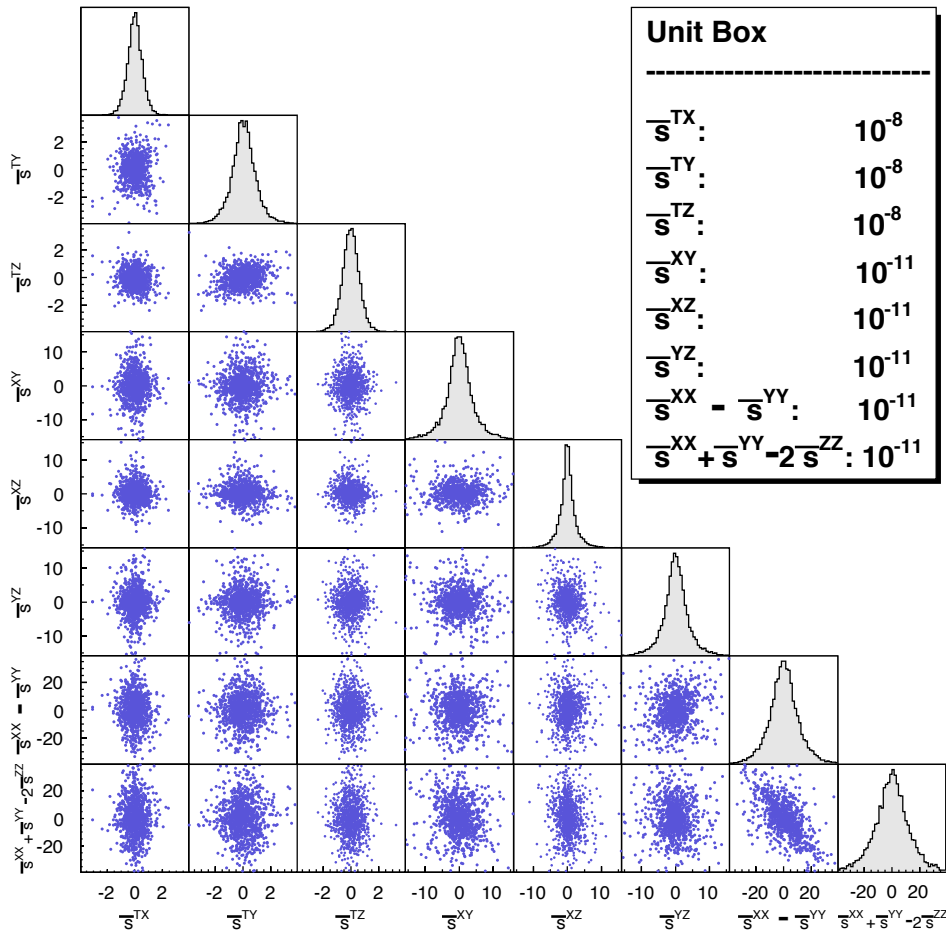


图 6.3: 蒙特·卡罗模拟得到的可以通过 13 颗脉冲星的 27 个检验的 SME 洛伦兹破坏系数的分布, 以及这些系数的概率分布函数。该图取自文献 [24]。

$$x(t) = e_0 + \dot{x}(t - t_0), \quad (6.28)$$

那么，在观测时标 T_{obs} 内，会引起 e 和 x 的测量参数的误差 σ_e 和 σ_x ，

$$\sigma_e \geq |\dot{e}|T_{\text{obs}}/\sqrt{12}, \quad (6.29)$$

$$\sigma_x \geq |\dot{x}|T_{\text{obs}}/\sqrt{12}. \quad (6.30)$$

这样的估算与文献 [182] 中报告的结果非常接近。需要指出的是，在 \dot{x} 的估算中，我们同时减去了起源于自行（proper motion）的贡献 [187]。

2. 为了理论检验的自洽性，我们并不能使用由广义相对论效应中得到的双星的质量来作为输入参数计算近星点进动 $\dot{\omega}$ 。但对于 \dot{e} 和 \dot{x} 来说，由于广义相对论引起的 e 和 x 的变化可以忽略 [191, 57]，所以可以近似地用广义相对论计算得到的质量。这样一来，我们前面所说的属于第三组和第四组的脉冲星系统就只能构造 2 个检验（即不能自洽地构造 $\dot{\omega}$ 检验）。而对于第二组的脉冲星系统来说，由于其测得质量的方式只依赖于牛顿引力和白矮星模型，所以并不存在这样的限制，仍可得到 3 个检验。
3. Wex 和 Kramer 在文献 [120] 中指出，在用轨道微扰论的结果的时候，我们其实用到了近星点经度 ω 是个常数这个假设；但对于某几个系统来说，在观测时间 T_{obs} 内，其实 ω 已经转出了很大的角度。在我们的脉冲星系统中，最大的角度来自于 PSR B1913+16，现在已经转出了大约 100° 。在现在的阶段，我们还可以勉强用轨道微扰论得到的结果；对于以后转动的角度达到 180° 后，我们可能需要采用更加自洽的方法，比如说文献 [120] 中提出的计时模型。
4. 正如我们在章节四中所讨论的，对于脉冲星双星系统， Ω 一般来说不可测量；而对于单脉冲星系统来说， η 一般来说不可测量。这里，我们就在蒙特·卡罗过程中把它们设为 $[0, 360^\circ)$ 内的随机变量。从而，这里得到的结果只能看作是概率意义上的限制，同文献 [135, 26] 一样。

根据上面的理论计算与实际观测的考虑，我们已经具备了能够对 SME 框架中的洛伦兹破坏参数做实际限制的所有资料。同前面一样，为了能够考虑所有的观测数据及其误差，我们使用蒙特·卡罗技术。每一轮模拟过程，我们根据测量的误差以及前面关于 Ω 、 η 的考虑，一次性生成 13 个脉冲星系统的所有参数，并

根据章节 6.1 的讨论, 把 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的分量都投影到系统的实际位型上面。这样, 我们就可以构造 27 个检验了。这 27 个检验, 都是对 SME 的洛伦兹破坏系数的线性组合的限制。我们经过多次试验, 从中挑出 8 个最强的限制, 得到一组八元一次方程组。从中, 我们可以解出 SME 的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的 8 个线性无关的分量。同时, 如果这组解出的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的值能够通过其他的 $27 - 8 = 19$ 个检验的话, 我们就称该组合通过了检验, 从而把它存储起来。经过如此这般的模拟, 我们最终得到了 10000 能够通过检验的数据。其中随机选取的 1000 组数据的分布请见图 6.3。由于我们的脉冲星的空间分布比较均匀 (参见图 6.2), 且各个脉冲星系统有各自不同的空间位型; 另外, 我们的检验的个数远远大于自由参数分量的个数 ($27 > 8$), 所以 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 场沿各个方向的投影不容易导致参数间的简并性。这点从图 6.3 中可以看出: 各个参数之间的关联极其小。

我们也可以从我们存储起来的 10000 组数据中读出 SME 参数的分布, 从而给出概率分布的限制。它们的 $1-\sigma$ 的限制列在表格 6.3 中。表格的最后一列给出了这些限制相比较前面的来自月球激光测距实验和原子比重仪实验 [28, 29, 30] 的限制的改进。从改进因子可以看到, 每一个分量都得到了量级上的改进, 且从上面的分析可以看出, 各个参数之间的简并性也被打破, 得到了更可靠的限制。

6.5 \bar{s}^{TT} 分量的检验

上面介绍的脉冲星系统很强地限制了 SME 洛伦兹破坏矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的 9 个自由分量中的 8 个组合 (参见表格 6.3)。可是, 由于 \bar{s}^{TT} 成分并不进入以上检验, 所以并没法得到限制 [10]。

虽然 SME 的 \bar{s}^{TT} 并不直接进入脉冲星双星的轨道动力学或者脉冲星单星的自转方向的演化中去, 但是, 它能进入到 Gravity Probe B 这类涉及到自转跟轨道的相互作用项的实验中 [10]。Bailey 等人就是利用 \bar{s}^{TT} 对 Gravity Probe B 实验的影响, 用其实验上测地线进动 (geodetic precession) 与坐标系拖曳 (frame dragging) 效应的结果, 首次得到了 \bar{s}^{TT} 的限制: $|\bar{s}^{\text{TT}}| < 3.8 \times 10^{-3}$ (68% CL) [31]。

对于脉冲星双星系统来说, 仔细的分析可以发现, 在选定的坐标系中, 如果脉冲星双星的质心相对于该坐标系静止, 那么, 在该坐标系中的 \bar{s}^{TT} 分量确实不进入轨道动力学里面去。但是, 如果脉冲星双星系统的质心相对于这个参考系有

运动的话，那么，洛伦兹转换中的“推促”效应能够把参考坐标系中的 \bar{s}^{TT} 分量“伪转动”到脉冲星质心坐标系中的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的其他分量上去。这源自于 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 场的在洛伦兹群下的张量的特性（参见章节 5.2 中所讨论的“粒子洛伦兹变换”和“观测者洛伦兹变换”）。这样一种“推促”效应，能够让我们在脉冲星的质心坐标系中，去限制 SME 坐标系中的 \bar{s}^{TT} 分量 [25]。

6.5.1 脉冲星空间运动与“推促”效应

在章节 6.1 中，我们介绍了从脉冲星系统坐标系转换到 SME 标准坐标系的空间转动部分。但就完整的坐标系的变换来说，应该是个洛伦兹变换¹，其中包括空间转动和时空“推促”两个部分。在前面的小节中，我们考虑到典型的脉冲星系统相对于太阳系的速度大约为几百公里每秒，相对于光速 c 的比率是个小量，所以就把“推促”部分给省略掉了。倘若我们把“推促”部分给予考虑，那么就有可能通过完整的洛伦兹变换把 \bar{s}^{00} 部分与其它 \bar{s}^{0j} 和 \bar{s}^{jk} 分量混合起来。从而，通过对脉冲星坐标系的“混合后”的 \bar{s}^{0j} 和 \bar{s}^{jk} 分量的限制，可以限制“混合前”的 SME 标准坐标系中的 \bar{s}^{TT} 分量。

为了讨论的简化起见，我们假设在 SME 框架中存在一个优先的参考系。这个优先的参考系选择存在一定的自由度，它可以是局域的物质分布所引起的（如银河系的物质分布等），也可以是宇宙学意义上的优先参考系（如 CMB 各向同性的坐标系等）。在这样一个优先坐标系中， $\bar{s}^{\mu\nu}$ 应该是个各向同性的形式 [10]，满足对称无迹的唯一的选为，

$$\bar{s}_{\text{PF}}^{\mu\nu} = \bar{s}_{\text{PF}}^{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (6.31)$$

为了后面讨论的方便，在数值的意义上， $\bar{s}_{\text{PF}}^{\mu\nu}$ 为在优先参考系中的 \bar{s}^{00} 分量，其中下角标“PF”指明为“Preferred Frame”。

我们考虑一个以“绝对速度” $\mathbf{w} \equiv (w_X, w_Y, w_Z)$ 相对于优先参考系运动的参考系，那么，根据洛伦兹变换的规则，在该参考系中的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的形式具体可写

¹ 在后牛顿近似的意义下，也可参见“后伽利略变换” [129]。

为 [10, 25],

$$\bar{s}^{\mu\nu} = \bar{s}_{\text{PF}}^{\mu\nu} + \bar{s}_{\mathbf{w}}^{\mu\nu}, \quad (6.32)$$

其中,

$$\bar{s}_{\mathbf{w}}^{\mu\nu} = \frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00} \begin{pmatrix} w_X^2 + w_Y^2 + w_Z^2 & -w_X & -w_Y & -w_Z \\ -w_X & w_X^2 & w_X w_Y & w_X w_Z \\ -w_Y & w_X w_Y & w_Y^2 & w_Y w_Z \\ -w_Z & w_X w_Z & w_Y w_Z & w_Z^2 \end{pmatrix}. \quad (6.33)$$

从“推促效应”导致的 $\bar{s}_{\mathbf{w}}^{\mu\nu}$ 部分, 可以清楚地看到在优先参考系中的 \bar{s}^{00} 成分已经被混合到了 \bar{s}^{0j} 和 \bar{s}^{jk} 分量中, 从而实现了检验该分量的可能性。

另外, 值得指出的是, 在观测上, 由于我们通过射电观测和光学观测测量的是脉冲星参考系相对于太阳系的速度, 而太阳系相对于优先参考系 (如 CMB 参考系) 的测量由不同的实验 (如 WMAP 实验、或 Planck 卫星实验等) 给出。所以, 在 SME 的标准参考系的语言下, 我们要限制的是,

$$\bar{s}^{\text{TT}} = \bar{s}_{\text{PF}}^{00} \left(1 + \frac{4}{3} \mathbf{w}_{\odot}^2 \right), \quad (6.34)$$

其中 \mathbf{w}_{\odot} 是太阳系相对于优先参考系的速度。在我们后面讨论的实验检验中, 我们首先限制优先参考系中的 \bar{s}^{00} 分量 (即 \bar{s}_{PF}^{00}), 然后把限制通过上式转化为对 \bar{s}^{TT} 的限制 [24]。

除了上面的“推促”部分, 空间转动部分为,

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{c}} \end{pmatrix} = \mathcal{R} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{Y}} \\ \hat{\mathbf{Z}} \end{pmatrix}. \quad (6.35)$$

其中转动矩阵 $\mathcal{R} = \mathcal{R}^{(\omega)}\mathcal{R}^{(i)}\mathcal{R}^{(\Omega)}\mathcal{R}^{(\delta)}\mathcal{R}^{(\alpha)}$ 已经在章节 6.1 中做了详细的介绍, 这里不再累述。

在实际的数值计算中, 由于恒等式,

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= w_X \hat{\mathbf{X}} + w_Y \hat{\mathbf{Y}} + w_Z \hat{\mathbf{Z}} \\ &= w_a \hat{\mathbf{a}} + w_b \hat{\mathbf{b}} + w_c \hat{\mathbf{c}}, \end{aligned} \quad (6.36)$$

对于每个脉冲星系统，我们可以采用 \mathbf{w} 在 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 空间坐标系中的分量 (w_a, w_b, w_c) ，从而把两次洛伦兹变换压缩到一次洛伦兹变换。具体来说，在存在优先参考系的情况下，轨道动力学方程中的 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 分量的具体形式为，

$$\bar{s}^{0a} = -\frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_a, \quad (6.37)$$

$$\bar{s}^{0b} = -\frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_b, \quad (6.38)$$

$$\bar{s}^{0c} = -\frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_c, \quad (6.39)$$

$$\bar{s}^{ab} = \frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_a w_b, \quad (6.40)$$

$$\bar{s}^{bc} = \frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_b w_c, \quad (6.41)$$

$$\bar{s}^{ac} = \frac{4}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}w_a w_c, \quad (6.42)$$

$$\bar{s}^{aa} = \frac{1}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}(1 + 4w_a^2), \quad (6.43)$$

$$\bar{s}^{bb} = \frac{1}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}(1 + 4w_b^2), \quad (6.44)$$

$$\bar{s}^{cc} = \frac{1}{3}\bar{s}_{\text{PF}}^{00}(1 + 4w_c^2). \quad (6.45)$$

通过这样的方式，把张量场 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的两次洛伦兹变换（从优先参考系到太阳系的转换，然后从太阳系到脉冲星系统参考系的转换）分成了以下两个任务：1）从太阳系相对于优先参考系的速度和脉冲星系统相对于太阳系的速度，计算脉冲星系统相对于优先参考系的速度，并把其投影到参考系 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 上；2）直接做一次从优先参考系到脉冲星参考系的洛伦兹变换。

6.5.2 实验检验

该小节讨论采用“推促”的方式，来限制 \bar{s}^{TT} 分量。首先介绍对脉冲星双星系统的选择；然后讨论存在优先参考系的情况下，我们构建的对 \bar{s}^{TT} 分量的检验；最后简单分析放弃“存在优先参考系”这个假设后，我们所得到的对 \bar{s}^{TT} 的限制。

脉冲星系统的选择

为了能够实现前面所提的用“推促”方式“混合” $\bar{s}^{\mu\nu}$ 不同分量、从而限制 \bar{s}^{TT} 的检验，选用的脉冲星必须满足以下要求：

1. 由于我们需要采用“推促”这部分洛伦兹变换，所以我们需要脉冲星完整的三维空间的运动速度的测量。1) 其中投影到天空平面的二维速度可以通过射电计时观测得到：包括对脉冲星天空位置的自行的观测和视差 (parallax) 的观测²。2) 一般来说，用脉冲星计时观测没法得到脉冲星双星系统沿着视线方向的速度分量。幸运的是，对于某些中子星—白矮星系统，我们可以在光学波段上观测到白矮星的光谱红移随着轨道运动相位的变化。去掉随轨道变化的部分后，剩下的常数部分的红移来自于沿视线方向运动的多普勒效应，从中可以得到所需要的径向速度 v_r 。
2. 根据前面的讨论，我们需要通过“后开普勒参数” (如 \dot{e} 、 \dot{x} 等) 来限制洛伦兹破坏效应，所以我们需要测时精度非常高的脉冲星系统。
3. 前面的计算给出的洛伦兹破坏效应对短轨道周期的脉冲星系统有比较大的影响，所以我们需要选择相对论性的轨道 (即轨道周期 P_b 越小越有利)。
4. 在计算 \dot{e} 等方程中，我们需要用到脉冲星与其伴星的质量。对于我们选择的三颗中子星—白矮星系统，由于白矮星有光谱红移随着轨道运动相位的变化测量，而其随轨道变化部分与射电观测上得到的数据结合，可以共同给出双星的质量比 $q \equiv m_1/m_2$ 。另外，光学波段对白矮星的观测数据可以结合白矮星的大气模型给出白矮星的质量 m_2 。这样一来，我们可以在牛顿引力的框架中 (即不采用“后开普勒参数”)，得到可靠的、高精度的质量测量。
5. 最后，由于我们需要把“绝对速度” \mathbf{w} 投影到脉冲星双星系统的坐标系 $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}})$ 上，我们需要有脉冲星的轨道绝对位型的测量。1) 轨道倾角 i 的正弦值 $\sin i$ 可以通过质量函数得到。从而可以把轨道倾角限制在 i 和 $180^\circ - i$ 两组解中。2) 近星点经度 ω 可以通过 Laplace-Lagrange 参数 κ 和 η 的测量得到。3) 升交点经度 Ω 并不能通过脉冲星计时得到，所以，我们最后得到的对 \bar{s}^{TT} 的限制是未知量 Ω 的函数³。

² 自行与视差信息有时也可通过甚长基线干涉测量 (Very Long Baseline Interferometry; VLBI) 得到 [192, 193, 194]。

³ 在后面，我们会发展一套利用多个观测量、不依赖于 Ω 的值来保守地限制 \bar{s}^{TT} 的方法。

为了满足上面的要求，我们最后选取了脉冲星双星系统 PSR J1738+0333、PSR J1012+5307、PSR J0348+0432 来做 \bar{s}^{TT} 的检验。它们都是小椭率、相对论性轨道，并具有很好的计时观测精度，而且它们的伴星都为白矮星、且有精细的光学波段的观测 [127, 46, 111]。这三个系统的相关参数请参考表格 4.1。

存在优先参考系下的实验检验

我们这里假设存在优先参考系，并暂时把优先参考系选为 CMB 参考系，其相关参数已在第四章中给出。脉冲星系统的绝对速度由两部分的矢量和得到，即 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_\odot + \mathbf{v}$ ，与第四章一致。

这里构建的检验为 \dot{x} 检验、 $\dot{\kappa}$ 检验、 $\dot{\eta}$ 检验，参见方程 (6.24–6.26)。我们采用蒙特·卡罗技术，来实现考虑观测误差。与前面大规模的随机采用 $\Omega \in [0^\circ, 360^\circ)$ 不同的是，我们这里详细考虑每个 Ω 取值下对 \bar{s}^{TT} 的限制。由于存在优先参考系的情况下，SME 模型中只有一个自由度（即 $\bar{s}_{\text{PF}}^{\text{00}}$ ），所以我们可以采用任何一个观测参数（ \dot{x} 、 $\dot{\kappa}$ 、或者 $\dot{\eta}$ ）即可限制 \bar{s}^{TT} 。从而，对任何一个脉冲星系统，我们得到三组对 \bar{s}^{TT} 的限制。另外，根据前面的讨论，轨道倾角在 i 和 $180^\circ - i$ 之间没法定夺，所以我们会得到两大组解。图 6.4 中给出了我们脉冲星双星系统 PSR J1738+0333 在 100000 次模拟情况下的 \bar{s}^{TT} 的分布随升交点经度 Ω 的变化。从上面四格与下面四格相比较可见，关于 i 和 $180^\circ - i$ 两组解之间存在一定的对称性。

在图 6.4 中可以看到，对于每一个参数（ \dot{x} 、 $\dot{\kappa}$ 、或者 $\dot{\eta}$ ），总存在一定的 Ω 的值，使得没法限制 \bar{s}^{TT} ，即对 \bar{s}^{TT} 的限制是发散的；详细的讨论请参考文献 [21] 中关于 α_2 的检验中类似的情况。但是，由于对于给定的脉冲星，无论其 Ω 值为多少， \dot{x} 、 $\dot{\kappa}$ 、 $\dot{\eta}$ 三组检验都必须同时得到满足。所以，对于每一个给定的 Ω 值，我们都可以采用 \dot{x} 、 $\dot{\kappa}$ 、 $\dot{\eta}$ 中所给出的最强的限制。这种组合的限制画在图 6.4 的第四格（ $i < 90^\circ$ ）和第八格（ $i > 90^\circ$ ）中。可以看到，在 PSR J1738+0333 系统中，组合的限制对于每一个 Ω 值都能有一个有效的限制。

由于我们对 Ω 值并没有测量，所以最保守的做法是从图 6.4 的第四格（ $i < 90^\circ$ ）和第八格（ $i > 90^\circ$ ）中读出最差的限制。这样的做法给出，

$$|\bar{s}^{\text{TT}}| < 1.6 \times 10^{-5} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (6.46)$$

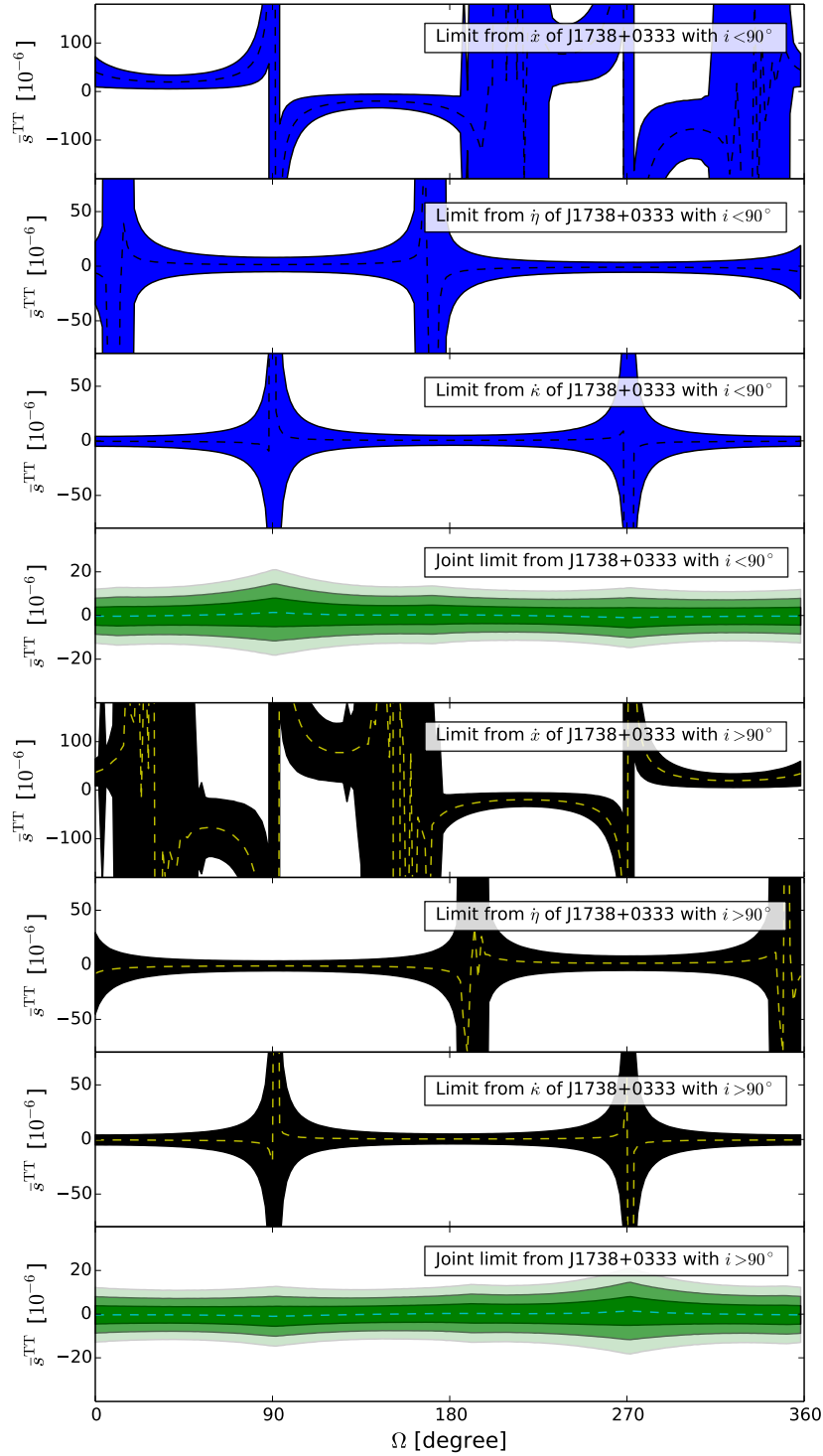


图 6.4: 来自于脉冲星双星系统 $PSR\ J1738+0333$ 的对 SME 中张量场的 \bar{s}^{TT} 分量的限制随轨道升交点经度 Ω 的变化。上面四张图对应于 $0 < i < 90^\circ$ 的情形，从上到下依次是来自于 \dot{x} 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\kappa}$ 以及它们的组合的限制；下面四张图与上面四张图一致，但对应于 $90^\circ < i < 180^\circ$ 的情形。该图取自文献 [25]。

对另外两颗脉冲星系统的限制情况与对 PSR J1738+0333 相似，细节可参考文献 [25]。但它们给出的限制并没有 PSR J1738+0333 的限制强。所以，对于存在优先参考系，并把它选为 CMB 参考系的情况下，给出的最好的 \bar{s}^{TT} 的限制为方程 (6.46)，它比 Gravity Probe B 实验给出的限制 [31] 强 500 倍。

前面的限制都是把优先参考系取定了为 CMB 各向同性参考系，但很容易把它拓展到任意的优先参考系。我们接下来假定优先参考系相对于太阳系的速度大小为 $|\mathbf{w}_\odot| \simeq 369 \text{ km s}^{-1}$ ，但其方向为任意，在天球坐标中为 (α, δ) 。通过对 (α, δ) 在可行范围内的扫描，我们计算了任意方向情况下的三颗脉冲星对 \bar{s}^{TT} 的最保守的限制，参见图 6.5。从图中可见，对于给定的脉冲星，有两个方向相反的锥形方向并没法得到很好的限制，这点与文献 [21] 中关于 PPN 参数 α_2 的分析一致。图 6.5 可以看成是脉冲星系统对各个方向的优先参考系的“敏感性分析图” (Sensitivity Map)。

在我們現在的情況下，由於三顆脈沖星都提供了對 \bar{s}^{TT} 的限制，且它們的“優先參考系”是一樣的，所以它們的限制可以結合起來。這樣，某顆脈沖星限制不好的方向可以通過另外的脈沖星來限制。這樣結合起來的話，我們可以对全天都有個不錯的限制；也就是說，不論優先參考系的方向為何，我們都能把它限制得很好，如圖 6.6 所示。

普遍情况下的实验检验

正如在上一章中所介绍的，我们讨论的张量场 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 在最普遍的情况下有 9 个自由度；而如果加上存在优先参考系这个限制的话，那么其自由度就减少到只有 1 个。其余的 8 个自由度已经被月球测距实验 [28]、原子干涉仪实验 [29, 30]、脉冲星计时 [24] 限制得非常紧。其中，最好的限制来自于脉冲星计时，在标准 SME 坐标系中其分量被限制到了 $\lesssim 10^{-9}$ (\bar{s}^{TX} 、 \bar{s}^{TY} 、 \bar{s}^{TZ}) 和 $\lesssim 10^{-11}$ (\bar{s}^{XY} 、 \bar{s}^{YZ} 、 \bar{s}^{XZ} 、 $\bar{s}^{\text{XX}} - \bar{s}^{\text{YY}}$ 、 $\bar{s}^{\text{XX}} + \bar{s}^{\text{YY}} - 2\bar{s}^{\text{ZZ}}$) 的精度。所以，在 SME 标准坐标系中，我们可以经验地写出，

$$\bar{s}^{\mu\nu} \simeq \begin{pmatrix} \bar{s}^{\text{TT}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{\text{TT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{\text{TT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3}\bar{s}^{\text{TT}} \end{pmatrix}. \quad (6.47)$$

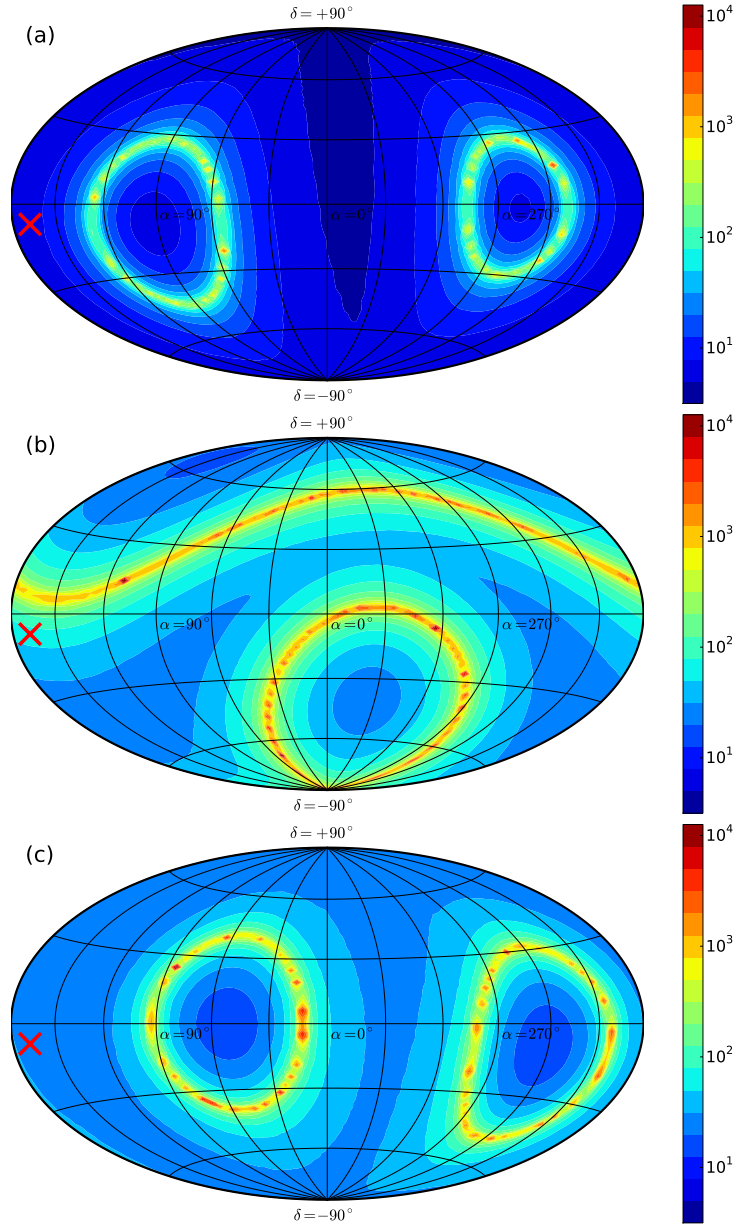


图 6.5: 当优先参考系的方向为 (α, δ) ，并假设该优先参考系相对于太阳系的“绝对速度”大小为 $|\mathbf{w}_\odot| \simeq 369 \text{ km s}^{-1}$ 时，脉冲星双星系统 *PSR J1738+0333* (a)、*PSR J1012+5307* (b)、*PSR J0348+0432* (c) 对 \bar{s}^{TT} 的限制 (单位: 10^{-6})。图中红叉表示 CMB 参考系的方向 $(\alpha, \delta)_{\text{CMB}} \simeq (168^\circ, -7^\circ)$ 。该图取自文献 [25]。

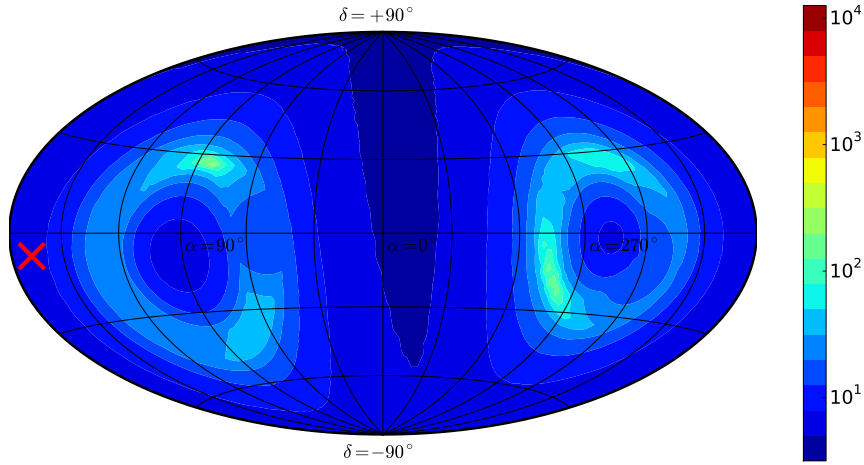


图 6.6: 脉冲星双星系统 $PSR\ J1738+0333$ 、 $PSR\ J1012+5307$ 、 $PSR\ J0348+0432$ 对 \bar{s}^{TT} 的联合限制 (单位: 10^{-6})。参见图 6.5 的图标。该图取自文献 [25]。

对这样一个经验的情况做如前面一样的分析，我们可以得到⁴，

$$|\bar{s}^{\text{TT}}| < 2.8 \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (6.48)$$

这个限制仍旧来自于 $PSR\ J1738+0333$ 系统，其它两个系统的限制要比这个来得弱。这个限制比前面的那个限制 (6.46) 差了一个数量级，其最主要的原因在于这时的“推促”只需要用到脉冲星系统相对于太阳系的速度，而对 $PSR\ J1738+0333$ 来说，其速度大小为 $|\mathbf{v}| = 74.8 \pm 9.5 \text{ km s}^{-1}$ 。

⁴ 注意，这里由于 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 表达在太阳系中，所以并不再需要叠加太阳系相对于优先参考系的速度。

第七章 关于用脉冲星检验时空对称性的讨论与展望

在前面的章节中，我们详细回顾了脉冲星系统在检验引力的时空对称性中所发挥的巨大作用。通过脉冲星双星系统的轨道演化行为，我们把 PPN 参数 α_1 限制到了 $\mathcal{O}(10^{-5})$ 的精度 [21]，而通过单脉冲星的自转演化的轮廓观测，我们把 PPN 参数 α_2 和 ξ 限制到了 $\mathcal{O}(10^{-9})$ 的精度 [22, 23]。这些限制被 Will 更新中的综述 [14] 收列为迄今为止最好的关于引力相互作用中局域洛伦兹不变性和局域位置不变性的检验（参见文献 [14] 的表格 4）。

在 SME 框架中，我们通过联合分析脉冲星双星系统和脉冲星单星系统的动力学行为，对真空背景矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的 8 个自由度的限制有了量级上的改进 [24]。另外，我们提出通过“推促”的方式来限制剩下的自由度 \bar{s}^{TT} ，并且使用三颗脉冲星—白矮星系统，把它限制到了 $\mathcal{O}(10^{-4}\text{—}10^{-5})$ 的精度 [25]。这样一来，SME 的纯引力部分量纲小于四的算符贡献的最好的限制都由脉冲星观测提供。这些限制被 Kostelecký 和 Russell 每年一次更新的 SME 表格所收列为最好的限制（参见文献 [32] 的表格 D34；arXiv:0801.0287v8，2015 版）。

在这论文的最后一章，我们再简要来讨论下与中子星有关的强引力场效应对检验的影响，以及所提检验在未来能够改进的速度。最后，我们简要介绍下正在筹建的国内的 FAST 射电望远镜和国际上的 SKA 望远镜，以及它们很快就将做出的对引力检验的巨大贡献。

7.1 强引力场效应

在前面的第三章和第五章，我们指出，所采用的后牛顿展开形式是对弱场、低速运动的引力系统的近似。对于脉冲星双星系统的轨道来说，典型地有 $U_{\text{orbit}}/c^2 \sim \mathcal{O}(10^{-6})$ 和 $v_{\text{orbit}}/c \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ ，所以弱场、低速的近似是成立的。但对中子星本身而言，其星体表面的引力势能够达到 $U_{\text{NS}}/c^2 \simeq GM_{\text{NS}}/R_{\text{NS}}c^2 \sim 0.1-0.2$ ，几近达到黑洞的水平，所以弱场近似并不严格成立。

Damour 在 1987 年指出 [108]，在广义相对论中存在一种“抹杀效应” (efacement principle)，它保证了在一般情况下，星体内部的引力势能的大小并不会影响到二体运动的轨道部分。所以在这种情况下，轨道运动仍旧满足低速、弱场的近似。

可是，Damour 和 Esposito-Farèse 在 1993 年研究标量—张量理论¹ (scalar-tensor theories) 的文章中指出 [110]，对于超出广义相对论的引力理论而言，“抹杀效应”并不一定存在。他们经过详细的计算表明，在标量—张量理论一定的参数空间内，有可能存在某种强场的相变行为，从而使得弱场情况下的轨道运动会与中子星本身的强场有个耦合。这种相变行为类似于磁学中的相变，在标量—张量理论中被称为“标量化” (scalarization)。举例来说，在标量—张量引力理论中，二体 (物体 A 和物体 B) 运动的弱场 PPN 参数 γ 会被修正为“强场”的形式，

$$\hat{\gamma} \equiv \gamma_{AB} = 1 - \frac{2\alpha_A\alpha_B}{1 + \alpha_A\alpha_B}, \quad (7.1)$$

其中， α_A 和 α_B 分别是二体的有效标量耦合常数。在弱场中， $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_0$ (其中 α_0 为宇宙学渐近意义上的 α 参数的取值 [109]，已被 Cassini 空间卫星实验严格限制 [199]；在广义相对论中， $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_0 = 0$ ，从而有 $\gamma^{\text{GR}} = \hat{\gamma}^{\text{GR}} = 1$)；而在有强引力场存在的条件下， α_A 和 α_B 有可能取远远偏离零的值，从而导致强场的 PPN 参数 $\hat{\gamma}$ 与弱场情况下的 PPN 参数 γ 有数量级上的差别 [196, 197]。

对于本论文研究的洛伦兹对称性破坏的引力理论，并没有普遍的关于是否存在强场相变的证明。Yagi 等人在特定的引力理论——Einstein-Æther 理论和 Hořava 引力——的具体计算下，并没有发现类似于标量—张量理论中的相变行

¹ 标量—张量理论在引力相互作用中，除了度规 $g_{\mu\nu}$ 以外，额外引入了一个标量场来传递引力 [195, 196, 197, 198, 109]；它是对 Brans-Dicke 理论 [158] 的一种拓展。

为 [200, 201]。但这并不能保证在最普遍的情况下不存在相变行为。所以，我们前面所给的限制，严格来说应该是对 PPN 框架和 SME 框架中的参数的强场拓展下的限制²。

关于强引力场下的引力行为，真正能够达到充分探测的手段将会是引力波观测站 [202, 203, 103, 204]。在爱因斯坦的广义相对论发表了一百年的今天，国际上的科学家们正在努力探索引力波的各个波段的探测技术、引力波的应用前景、引力波将向我们打开的一个个全新的认识宇宙和认识强引力行为的窗口 [205, 206, 207, 77]。

7.2 引力检验改进速度

本论文所介绍的全新的关于引力中洛伦兹对称性和位置不变性的检验，不仅用现有的数据在参数检验上超过了现在其他的检验方式，而且在未来的更多的观测的情况下，检验改善的速度也是相当可观的。这里逐个做个描述：

- PPN 参数 α_1 的检验：在用“轨道极化”现象来限制参数时，Damour 和 Esposito-Farèse 在原始文献 [26] 中其实使用的是椭率 e 的大小，而在我们提议的检验中，我们等效地用了椭率随时间的演化，也就是 \dot{e} 的精度。从观测上来说，对于长度为 T_{obs} 的观测， \dot{e} 的改善精度正比于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ ，从而可以实现即使在观测技术没有改进的情况下，对参数的限制仍旧快速地改进 [21]。相对应地，Damour 和 Esposito-Farèse 的检验只有在找到更多的适合检验的脉冲星系统后，才能得到改进。而用月球激光测距实验中使用的却是“周期性”观测效应，所以改进的速度正比于 $T_{\text{obs}}^{1/2}$ ，远慢于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ 。
- PPN 参数 α_2 和 ξ 的检验：其中最关键的观测是对脉冲轮廓的宽度随时间变化的限制，即对 \dot{W} 的限制。该参数作为时间导数，精度测量也是正比于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ ，故改善精度非常快 [22, 23]。而对应的 Nordtvedt 的关于 α_2 检验 [27] 却是一次性的检验，并不随时间变化而改进。用比重仪对 ξ 的检验中，却受限于地球物理的地震噪声，所以改进的前景并不是很好 [48, 208, 209]。
- SME 真空期望值矩阵 $\bar{s}^{\mu\nu}$ 的检验：不论是对于空间—空间成分、时间—空间成分、还是时间—时间成分，我们的检验中用到的都是时间导数的观测

² 有时，人们用 \hat{X} 来表示参数 X 在强场下的拓展；如在强场下，弱场的 PPN 参数 α_1 、 α_2 、 ξ 可记为 $\hat{\alpha}_1$ 、 $\hat{\alpha}_2$ 、 $\hat{\xi}$ 。

量, 如 \dot{e} 、 $\dot{\omega}$ 、 \dot{x} 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\kappa}$ 、 \dot{W} , 所以此类检验的改进速度也是正比于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$, 改进速度较快。但具体的改进速度也依赖于系统在天空平面的分布、各个系统位型等, 所以 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ 的改进只是一个大致的估计 [24]。

在上面的分析中, 我们发现, 对于本论文所讨论的各类检验, 由于用到的都是物理量的时间变化率, 所以从观测的角度说, 改进速度正比于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ 。但这样一种估计其实是忽略了观测技术的改进, 是种保守的估计。而在真实情况中, 观测技术与能力肯定也是随着时间而改进的, 所以这些检验的真实改进速率要快于 $T_{\text{obs}}^{3/2}$ 。另外, 新的脉冲星系统也在不断地发现之中 [210], 这些新的系统也将对检验做出额外的贡献, 如在 SME 参数的统一检验中, 新的系统能够更好地打破参数之间的简并性 [24]。

7.3 展望: FAST 和 SKA

用脉冲星系统做引力检验与其他的脉冲星科学, 最根本的原因是得益于大型射电望远镜的有效运行以及精确计时观测。现今国际上正在运行的此类射电望远镜有:

- 美国的 Arecibo 300 米口径射电望远镜³;
- 德国的 Effelsberg 100 米口径射电望远镜⁴;
- 美国的 Green Bank 110 米口径射电望远镜⁵;
- 英国 Jodrell Bank 的 Lovell 76 米口径射电望远镜⁶;
- 法国的 Nançay (等效) 95 米口径射电望远镜⁷;
- 澳大利亚的 Parkes 64 米口径射电望远镜⁸;
- 意大利的 Sardinia 64 米口径射电望远镜⁹;
- 中国的 Tianma 65 米口径射电望远镜¹⁰;
- 荷兰的 Westerbork (等效) 93 米口径射电望远镜¹¹。

³ http://www.naic.edu/public/descrip_eng.htm

⁴ <http://www.mpifr-bonn.mpg.de/en/effelsberg>

⁵ <https://science.nrao.edu/facilities/gbt/>

⁶ <http://www.jb.man.ac.uk/aboutus/lovell/>

⁷ <http://www.obs-nancay.fr/?lang=en>

⁸ <http://www.parkes.atnf.csiro.au/>

⁹ <http://www.srt.inaf.it/>

¹⁰ http://english.shao.cas.cn/fs/201410/t20141008_128903.html

¹¹ <http://www.astron.nl/radio-observatory/public/public-0>

除了以上所举例的大型射电望远镜外, 国内与国际上还在积极兴建新一代的大型射电天文望远镜, 最令人瞩目的是中国贵州省的五百米口径球面望远镜¹² (Five-hundred-meter Aperture Spherical Telescope; FAST) [211, 35, 212, 94] 以及建在南非和澳大利亚的平方公里阵¹³ (The Square Kilometre Array; SKA) [213, 214, 37]。在这些大型射电天文望远镜科学目标中, 脉冲星计时观测以及用脉冲星做引力检验都是最重要的研究课题之一。

在文献 [37] 中, 我们以 PPN 参数 α_2 的检验为例, 对洛伦兹对称性破坏的引力检验做了模拟, 发现如果 FAST 或者 SKA 射电望远镜能够在脉冲轮廓的测量精度上改善十倍 [215], 那么在每两周观测一个稳定的脉冲轮廓的情况下 (模拟中使用的是 PSR B1937+21 和 PSR J1744-1134 两个脉冲星单星系统的参数), 用十年的时间得到的数据将对 α_2 的限制改进一个量级; 如果结合以前的望远镜的数据的话, 那么, 将有额外的一个因子大约为 5 的改进。我们期待, 对于其他的时空对称性参数的检验, 也会有类似的改进。

总结来说, 采用脉冲星计时的精确性, 来对引力理论做更加深入的检验, 以期待研究可能的对广义相对论预言的偏离, 是天文学和物理学研究的基本前沿问题之一。在不久的未来, 新的大型射电望远镜的运行 (如 FAST 射电望远镜和 SKA 射电望远镜阵列), 将会再次掀起研究的热潮, 对基本物理学的基本原理的理解做出全新的贡献。

¹² <http://fast.bao.ac.cn/en/>

¹³ <https://www.skatelescope.org/>

参考文献

- [1] I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*[M]. England, 1687
- [2] K. A. Olive et al. [Particle Data Group]. Review of Particle Physics[J]. *Chinese Physics C*. 2014, **38**(9):090001
- [3] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, G. M. Tino. Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms[J]. *Nature*. 2014, **510**:518–521. [arXiv:1412.7954](#)
- [4] G. Amelino-Camelia. Quantum Spacetime Phenomenology[J]. *Living Rev Rel*. 2013, **16**:5. [arXiv:0806.0339](#)
- [5] D. Mattingly. Modern Tests of Lorentz Invariance[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2005, **8**:5. [arXiv:gr-qc/0502097](#)
- [6] S. Liberati. Tests of Lorentz invariance: a 2013 update[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(13):133001. [arXiv:1304.5795](#)
- [7] C. M. Will, K. Nordtvedt. Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism[J]. *The Astrophysical Journal*. 1972, **177**:757
- [8] K. Nordtvedt, C. M. Will. Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. II. Experimental Evidence to Rule Out Preferred-Frame Theories of Gravity[J]. *The Astrophysical Journal*. 1972, **177**:775
- [9] V. A. Kostelecký. Gravity, Lorentz violation, and the standard model[J]. *Physical Review D*. 2004, **69**(10):105009. [arXiv:hep-th/0312310](#)

- [10] Q. G. Bailey, V. A. Kostelecký. Signals for Lorentz violation in post-Newtonian gravity[J]. Physical Review D. 2006, **74**(4):045001. [arXiv:gr-qc/0603030](#)
- [11] V. A. Kostelecký, J. D. Tasson. Matter-gravity couplings and Lorentz violation[J]. Physical Review D. 2011, **83**(1):016013. [arXiv:1006.4106](#)
- [12] Q. G. Bailey, A. Kostelecký, R. Xu. Short-range gravity and Lorentz violation[J]. Physical Review D. 2015, **91**:022006. [arXiv:1410.6162](#)
- [13] C. M. Will. Theory and Experiment in Gravitational Physics[M]. Cambridge University Press, 1993
- [14] C. M. Will. The Confrontation between General Relativity and Experiment[J]. Living Reviews in Relativity. 2014, **17**:4. [arXiv:1403.7377](#)
- [15] E. Poisson, C. M. Will. Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic[M]. Cambridge University Press, 2014
- [16] F. Englert. The BEH mechanism and its scalar boson[J]. Rev Mod Phys. 2014, **86**:843–850
- [17] P. W. Higgs. Evading the Goldstone theorem[J]. Rev Mod Phys. 2014, **86**:851–853
- [18] I. H. Stairs. Testing General Relativity with Pulsar Timing[J]. Living Reviews in Relativity. 2003, **6**:5. [arXiv:astro-ph/0307536](#)
- [19] N. Wex. Testing Relativistic Gravity with Radio Pulsars[J]. ArXiv e-prints. 2014. [arXiv:1402.5594](#)
- [20] R. N. Manchester. Pulsars and Gravity[J]. ArXiv e-prints. 2015. [arXiv:1502.05474](#)
- [21] L. Shao, N. Wex. New tests of local Lorentz invariance of gravity with small-eccentricity binary pulsars[J]. Classical and Quantum Gravity. 2012, **29**(21):215018. [arXiv:1209.4503](#)

- [22] L. Shao, R. N. Caballero, M. Kramer, et al. A new limit on local Lorentz invariance violation of gravity from solitary pulsars[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(16):165019. [arXiv:1307.2552](#)
- [23] L. Shao, N. Wex. New limits on the violation of local position invariance of gravity[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(16):165020. [arXiv:1307.2637](#)
- [24] L. Shao. Tests of Local Lorentz Invariance Violation of Gravity in the Standard Model Extension with Pulsars[J]. *Physical Review Letters*. 2014, **112**(11):111103. [arXiv:1402.6452](#)
- [25] L. Shao. New pulsar limit on local Lorentz invariance violation of gravity in the standard-model extension[J]. *Physical Review D*. 2014, **90**(12):122009. [arXiv:1412.2320](#)
- [26] T. Damour, G. Esposito-Farèse. Testing local Lorentz invariance of gravity with binary-pulsar data[J]. *Physical Review D*. 1992, **46**:4128–4132
- [27] K. Nordtvedt. Probing gravity to the second post-Newtonian order and to one part in 10^7 using the spin axis of the sun[J]. *The Astrophysical Journal*. 1987, **320**:871–874
- [28] J. B. R. Battat, J. F. Chandler, C. W. Stubbs. Testing for Lorentz Violation: Constraints on Standard-Model-Extension Parameters via Lunar Laser Ranging[J]. *Physical Review Letters*. 2007, **99**(24):241103. [arXiv:0710.0702](#)
- [29] H. Müller, S.-W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, K.-Y. Chung. Atom-Interferometry Tests of the Isotropy of Post-Newtonian Gravity[J]. *Physical Review Letters*. 2008, **100**(3):031101. [arXiv:0710.3768](#)
- [30] K.-Y. Chung, S.-W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, H. Müller. Atom interferometry tests of local Lorentz invariance in gravity and electrodynamics[J]. *Physical Review D*. 2009, **80**(1):016002. [arXiv:0905.1929](#)

- [31] Q. G. Bailey, R. D. Everett, J. M. Overduin. Limits on violations of Lorentz symmetry from Gravity Probe B[J]. *Physical Review D*. 2013, **88**(10):102001. [arXiv:1309.6399](#)
- [32] V. A. Kostelecký, N. Russell. Data tables for Lorentz and CPT violation[J]. *Reviews of Modern Physics*. 2011, **83**:11–32. [arXiv:0801.0287v8](#)
- [33] A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie[J]. *Annalen der Physik*. 1916, **354**:769–822
- [34] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler. *Gravitation*[M]. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1973
- [35] R. Nan, D. Li, C. Jin, et al. The Five-Hundred-meter Aperture Spherical Radio Telescope (FAST) Project[J]. *International Journal of Modern Physics D*. 2011, **20**:989–1024. [arXiv:1105.3794](#)
- [36] M. Kramer, D. C. Backer, J. M. Cordes, et al. Strong-field tests of gravity using pulsars and black holes[J]. *New Astronomy Reviews*. 2004, **48**:993–1002. [arXiv:astro-ph/0409379](#)
- [37] L. Shao, I. H. Stairs, J. Antoniadis, et al. Testing Gravity with Pulsars in the SKA Era[J]. *Proceedings of Science*. 2014, PoS(AASKA14)042. [arXiv:1501.00058](#)
- [38] D. Psaltis. Probes and Tests of Strong-Field Gravity with Observations in the Electromagnetic Spectrum[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2008, **11**:9. [arXiv:0806.1531](#)
- [39] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla, C. Skordis. Modified gravity and cosmology[J]. *Phys Rep*. 2012, **513**:1–189. [arXiv:1106.2476](#)
- [40] T. Jacobson, D. Mattingly. Gravity with a dynamical preferred frame[J]. *Physical Review D*. 2001, **64**(2):024028. [arXiv:gr-qc/0007031](#)

- [41] J. D. Bekenstein. Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm[J]. *Physical Review D*. 2004, **70**(8):083509. [arXiv:astro-ph/0403694](#)
- [42] J. D. Bekenstein. Erratum: Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm [Phys. Rev. D 70, 083509 (2004)][J]. *Physical Review D*. 2005, **71**(6):069901
- [43] E. Sagi. Preferred frame parameters in the tensor-vector-scalar theory of gravity and its generalization[J]. *Physical Review D*. 2009, **80**(4):044032. [arXiv:0905.4001](#)
- [44] P. Hořava. Quantum gravity at a Lifshitz point[J]. *Physical Review D*. 2009, **79**(8):084008. [arXiv:0901.3775](#)
- [45] D. Blas, O. Pujolàs, S. Sibiryakov. Models of non-relativistic quantum gravity: the good, the bad and the healthy[J]. *Journal of High Energy Physics*. 2011, **4**:18. [arXiv:1007.3503](#)
- [46] P. C. C. Freire, N. Wex, G. Esposito-Farèse, et al. The relativistic pulsar-white dwarf binary PSR J1738+0333. II. The most stringent test of scalar-tensor gravity[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2012, **423**:3328–3343. [arXiv:1205.1450](#)
- [47] J. Müller, J. G. Williams, S. G. Turyshev. Lunar Laser Ranging Contributions to Relativity and Geodesy[C]. H. Dittus, C. Lammerzahl, S. G. Turyshev (Editors), *Lasers, Clocks and Drag-Free Control: Exploration of Relativistic Gravity in Space*. *Astrophysics and Space Science Library*. 2008, **349**:457
- [48] R. J. Warburton, J. M. Goodkind. Search for evidence of a preferred reference frame[J]. *The Astrophysical Journal*. 1976, **208**:881–886
- [49] D. Colladay, V. A. Kostelecký. CPT violation and the standard model[J]. *Physical Review D*. 1997, **55**:6760–6774. [arXiv:hep-ph/9703464](#)

- [50] D. Colladay, V. A. Kostelecký. Lorentz-violating extension of the standard model[J]. Physical Review D. 1998, **58**(11):116002. [arXiv:hep-ph/9809521](#)
- [51] R. Bluhm, V. A. Kostelecký. Spontaneous Lorentz violation, Nambu-Goldstone modes, and gravity[J]. Physical Review D. 2005, **71**(6):065008. [arXiv:hep-th/0412320](#)
- [52] A. Einstein. Die Feldgleichungen der Gravitation[J]. Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin). 1915:844–847
- [53] D. Hilbert. Die Grundlagen der Physik[J]. Konigl Gesell d Wiss Göttingen, Nachr Math-Phys Kl. 1915:395–407
- [54] R. N. Manchester, J. H. Taylor. Pulsars[M]. San Francisco : W. H. Freeman, 1977
- [55] T. Damour, N. Deruelle. General relativistic celestial mechanics of binary systems. II. The post-Newtonian timing formula.[J]. Ann Inst Henri Poincaré Phys Théor. 1986, **44**(3):263–292
- [56] T. Damour, J. H. Taylor. Strong-field tests of relativistic gravity and binary pulsars[J]. Physical Review D. 1992, **45**:1840–1868
- [57] D. R. Lorimer, M. Kramer. Handbook of Pulsar Astronomy[M]. Cambridge University Press, 2004
- [58] A. G. Lyne, F. Graham-Smith. Pulsar Astronomy[M]. Cambridge University Press, 2005
- [59] R. T. Edwards, G. B. Hobbs, R. N. Manchester. TEMPO2, a new pulsar timing package II. The timing model and precision estimates[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2006, **372**:1549–1574. [arXiv:astro-ph/0607664](#)
- [60] D. R. Lorimer. Binary and Millisecond Pulsars[J]. Living Reviews in Relativity. 2008, **11**:8. [arXiv:0811.0762](#)

- [61] R. X. Xu. Solid Quark Stars?[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 2003, **596**:L59–L62. [arXiv:astro-ph/0302165](#)
- [62] J. M. Lattimer, M. Prakash. Neutron star observations: Prognosis for equation of state constraints[J]. *Physics Reports*. 2007, **442**:109–165. [arXiv:astro-ph/0612440](#)
- [63] J. M. Lattimer. The Nuclear Equation of State and Neutron Star Masses[J]. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. 2012, **62**:485–515. [arXiv:1305.3510](#)
- [64] A. Watts, R. Xu, C. Espinoza, et al. Probing the neutron star interior and the Equation of State of cold dense matter with the SKA[J]. *Proceedings of Science*. 2014, PoS(AASKA14)043. [arXiv:1501.00042](#)
- [65] A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, R. A. Collins. Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source[J]. *Nature*. 1968, **217**:709–713
- [66] R. N. Manchester, G. B. Hobbs, A. Teoh, M. Hobbs. The Australia Telescope National Facility Pulsar Catalogue[J]. *The Astronomical Journal*. 2005, **129**:1993–2006. [arXiv:astro-ph/0412641](#)
- [67] S. M. Ransom, I. H. Stairs, A. M. Archibald, et al. A millisecond pulsar in a stellar triple system[J]. *Nature*. 2014, **505**:520–524. [arXiv:1401.0535](#)
- [68] T. M. Tauris, E. P. J. van den Heuvel. Formation and evolution of compact stellar X-ray sources[M], Cambridge University Press, 2006. p. 623–665
- [69] J. L. Han, W. van Straten, T. J. W. Lazio, et al. Three-dimensional Tomography of the Galactic and Extragalactic Magnetoionic Medium with the SKA[J]. *Proceedings of Science*. 2014, PoS(AASKA14)041. [arXiv:1412.8749](#)
- [70] R. A. Hulse, J. H. Taylor. Discovery of a pulsar in a binary system[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 1975, **195**:L51–L53

- [71] J. H. Taylor, L. A. Fowler, P. M. McCulloch. Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16[J]. *Nature*. 1979, **277**:437–440
- [72] J. H. Taylor, J. M. Weisberg. A new test of general relativity - Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16[J]. *The Astrophysical Journal*. 1982, **253**:908–920
- [73] R. A. Hulse. The discovery of the binary pulsar[J]. *Reviews of Modern Physics*. 1994, **66**:699–710
- [74] J. H. Taylor. Binary pulsars and relativistic gravity[J]. *Reviews of Modern Physics*. 1994, **66**:711–719
- [75] K. J. Lee, N. Wex, M. Kramer, et al. Gravitational wave astronomy of single sources with a pulsar timing array[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2011, **414**:3251–3264. [arXiv:1103.0115](#)
- [76] K. J. Lee. Pulsar timing arrays and gravity tests in the radiative regime[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(22):224016
- [77] G. H. Janssen, G. Hobbs, M. McLaughlin, et al. Gravitational wave astronomy with the SKA[J]. *Proceedings of Science*. 2014, PoS(AASKA14)037. [arXiv:1501.00127](#)
- [78] W. Becker, M. G. Bernhardt, A. Jessner. Autonomous Spacecraft Navigation With Pulsars[J]. *Acta Futura*. 2013, **7**:11–28. [arXiv:1305.4842](#)
- [79] G. Hobbs, W. Coles, R. N. Manchester, et al. Development of a pulsar-based time-scale[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2012, **427**:2780–2787. [arXiv:1208.3560](#)
- [80] I. H. Stairs, S. E. Thorsett, Z. Arzoumanian. Measurement of Gravitational Spin-Orbit Coupling in a Binary-Pulsar System[J]. *Physical Review Letters*. 2004, **93**(14):141101. [arXiv:astro-ph/0408457](#)

- [81] I. I. Shapiro. Fourth Test of General Relativity[J]. Physical Review Letters. 1964, **13**:789–791
- [82] R. Blandford, S. A. Teukolsky. Arrival-time analysis for a pulsar in a binary system.[J]. The Astrophysical Journal. 1976, **205**:580–591
- [83] D. J. Champion, G. B. Hobbs, R. N. Manchester, et al. Measuring the Mass of Solar System Planets Using Pulsar Timing[J]. The Astrophysical Journal Letters. 2010, **720**:L201–L205. [arXiv:1008.3607](#)
- [84] R. W. Hellings, G. S. Downs. Upper limits on the isotropic gravitational radiation background from pulsar timing analysis[J]. The Astrophysical Journal Letters. 1983, **265**:L39–L42
- [85] G. Hobbs. Pulsars as gravitational wave detectors[C]. D. F. Torres, N. Rea (Editors), High-Energy Emission from Pulsars and their Systems. 2011, p. 229. [arXiv:1006.3969](#)
- [86] R. M. Shannon, V. Ravi, W. A. Coles, et al. Gravitational-wave limits from pulsar timing constrain supermassive black hole evolution.[J]. Science. 2013, **342**:334–337. [arXiv:1310.4569](#)
- [87] R. N. Manchester, G. Hobbs, M. Bailes, et al. The Parkes Pulsar Timing Array Project[J]. Publications of the Astronomical Society of Australia. 2013, **30**:e017. [arXiv:1210.6130](#)
- [88] G. Hobbs. The Parkes Pulsar Timing Array[J]. Classical and Quantum Gravity. 2013, **30**(22):224007. [arXiv:1307.2629](#)
- [89] M. Kramer, D. J. Champion. The European Pulsar Timing Array and the Large European Array for Pulsars[J]. Classical and Quantum Gravity. 2013, **30**(22):224009
- [90] P. B. Demorest, R. D. Ferdman, M. E. Gonzalez, et al. Limits on the Stochastic Gravitational Wave Background from the North American Nanohertz

- Observatory for Gravitational Waves[J]. *The Astrophysical Journal*. 2013, **762**:94. [arXiv:1201.6641](#)
- [91] M. A. McLaughlin. The North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(22):224008. [arXiv:1310.0758](#)
- [92] G. Hobbs, A. Archibald, Z. Arzoumanian, et al. The International Pulsar Timing Array project: using pulsars as a gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2010, **27**(8):084013. [arXiv:0911.5206](#)
- [93] R. N. Manchester, IPTA. The International Pulsar Timing Array[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 2013, **30**(22):224010. [arXiv:1309.7392](#)
- [94] G. Hobbs, S. Dai, R. N. Manchester, et al. The Role of FAST in Pulsar Timing Arrays[J]. *ArXiv e-prints*. 2014. [arXiv:1407.0435](#)
- [95] T. Damour, N. Deruelle. General relativistic celestial mechanics of binary systems. I. The post-Newtonian motion.[J]. *Ann Inst Henri Poincaré Phys Théor*. 1985, **43**(1):107–132
- [96] T. Damour, M. Soffel, C. Xu. General relativistic celestial mechanics. Part 2: Translational equations of motion[J]. *Physical Review D*. 1991, **43**:3273–3307
- [97] T. Damour, M. Soffel, C. Xu. General-relativistic celestial mechanics. II. Translational equations of motion[J]. *Physical Review D*. 1992, **45**:1017–1044
- [98] T. Damour, M. Soffel, C. Xu. General-relativistic celestial mechanics. III. Rotational equations of motion[J]. *Physical Review D*. 1993, **47**:3124–3135
- [99] T. Damour, M. Soffel, C. Xu. General-relativistic celestial mechanics. IV. Theory of satellite motion[J]. *Physical Review D*. 1994, **49**:618–635
- [100] T. Damour. The general relativistic two body problem[J]. *ArXiv e-prints*. 2013. [arXiv:1312.3505](#)

- [101] E. Poisson, A. Pound, I. Vega. The Motion of Point Particles in Curved Spacetime[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2011, **14**:7. [arXiv:1102.0529](#)
- [102] L. Blanchet. Gravitational Radiation from Post-Newtonian Sources and Inspiralling Compact Binaries[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2014, **17**:2. [arXiv:1310.1528](#)
- [103] A. Buonanno, B. S. Sathyaprakash. Sources of Gravitational Waves: Theory and Observations[J]. *ArXiv e-prints*. 2014. [arXiv:1410.7832](#)
- [104] D. M. Eardley. Observable effects of a scalar gravitational field in a binary pulsar[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 1975, **196**:L59–L62
- [105] G. 't Hooft, M. Veltman. Regularization and renormalization of gauge fields[J]. *Nuclear Physics B*. 1972, **44**:189–213
- [106] J. A. Burns. Elementary derivation of the perturbation equations of celestial mechanics[J]. *American Journal of Physics*. 1976, **44**:944–949
- [107] V. A. Brumberg. *Essential relativistic celestial mechanics*[M]. Taylor & Francis Group, 1991
- [108] T. Damour. *The problem of motion in Newtonian and Einsteinian gravity*[M], Cambridge University Press, 1987. p. 128–198
- [109] T. Damour. Binary Systems as Test-Beds of Gravity Theories[C]. M. Colpi, P. Casella, V. Gorini, U. Moschella, A. Possenti (Editors), *Astrophysics and Space Science Library*. 2009, **359**:1–4020
- [110] T. Damour, G. Esposito-Farese. Nonperturbative strong-field effects in tensor-scalar theories of gravitation[J]. *Physical Review Letters*. 1993, **70**:2220–2223
- [111] J. Antoniadis, P. C. C. Freire, N. Wex, et al. A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary[J]. *Science*. 2013, **340**:448. [arXiv:1304.6875](#)
- [112] M. Kramer, I. H. Stairs. The Double Pulsar[J]. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*. 2008, **46**:541–572

- [113] K. Nordtvedt. Equivalence Principle for Massive Bodies. II. Theory[J]. Physical Review. 1968, **169**:1017–1025
- [114] C. M. Will. Theoretical Frameworks for Testing Relativistic Gravity. II. Parametrized Post-Newtonian Hydrodynamics, and the Nordtvedt Effect[J]. The Astrophysical Journal. 1971, **163**:611
- [115] C. M. Will. Relativistic Gravity in the Solar System. III. Experimental Disproof of a Class of Linear Theories of Gravitation[J]. The Astrophysical Journal. 1973, **185**:31–42
- [116] W.-T. Ni. Theoretical Frameworks for Testing Relativistic Gravity.IV. a Compendium of Metric Theories of Gravity and Their post Newtonian Limits[J]. The Astrophysical Journal. 1972, **176**:769
- [117] A. N. Whitehead. The Principle of Relativity [M]. Cambridge University Press, 1922
- [118] T. Jacobson. Einstein-aether gravity: a status report[J]. ArXiv e-prints. 2008. [arXiv:0801.1547](https://arxiv.org/abs/0801.1547)
- [119] A. Einstein, L. Infeld, B. Hoffmann. The Gravitational Equations and the Problem of Motion[J]. Annals of Mathematics. 1938, **39**:65–100
- [120] N. Wex, M. Kramer. A characteristic observable signature of preferred-frame effects in relativistic binary pulsars[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2007, **380**:455–465. [arXiv:0706.2382](https://arxiv.org/abs/0706.2382)
- [121] G. Hinshaw, J. L. Weiland, R. S. Hill, et al. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Data Processing, Sky Maps, and Basic Results[J]. The Astrophysical Journal Supplement. 2009, **180**:225–245. [arXiv:0803.0732](https://arxiv.org/abs/0803.0732)
- [122] N. Jarosik, C. L. Bennett, J. Dunkley, et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic

- Errors, and Basic Results[J]. *The Astrophysical Journal Supplement*. 2011, **192**:14. [arXiv:1001.4744](#)
- [123] J. F. Bell, F. Camilo, T. Damour. A Tighter Test of the Local Lorentz Invariance of Gravity Using PSR J2317+1439[J]. *The Astrophysical Journal*. 1996, **464**:857. [arXiv:astro-ph/9512100](#)
- [124] N. Wex. Small-eccentricity binary pulsars and relativistic gravity[C]. M. Kramer, N. Wex, R. Wielebinski (Editors), *IAU Colloq. 177: Pulsar Astronomy – 2000 and Beyond*. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*. 2000, **202**:113. [arXiv:gr-qc/0002032](#)
- [125] G. Gibbons, C. M. Will. On the Multiple Deaths of Whitehead’s Theory of Gravity[J]. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. 2008, **39**:41–61. [arXiv:gr-qc/0611006](#)
- [126] C. Lange, F. Camilo, N. Wex, et al. Precision timing measurements of PSR J1012+5307[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2001, **326**:274–282. [arXiv:astro-ph/0102309](#)
- [127] K. Lazaridis, N. Wex, A. Jessner, et al. Generic tests of the existence of the gravitational dipole radiation and the variation of the gravitational constant[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2009, **400**:805–814. [arXiv:0908.0285](#)
- [128] J. Antoniadis, M. H. van Kerkwijk, D. Koester, et al. The relativistic pulsar-white dwarf binary PSR J1738+0333. I. Mass determination and evolutionary history[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2012, **423**:3316–3327. [arXiv:1204.3948](#)
- [129] S. Chandrasekhar, G. Contopoulos. On a Post-Galilean Transformation Appropriate to the Post-Newtonian Theory of Einstein, Infeld and Hoffmann[J]. *Royal Society of London Proceedings Series A*. 1967, **298**:123–141

- [130] L. Shao, N. Wex, M. Kramer. New Constraints on Preferred Frame Effects from Binary Pulsars[C]. J. van Leeuwen (Editor), IAU Symposium. 2013, **291**:496–498. [arXiv:1209.5171](#)
- [131] L. Nicastro, A. G. Lyne, D. R. Lorimer, et al. PSR J1012+5307 – a 5.26-millisecond Pulsar in a 14.5-hour Binary System[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1995, **273**:L68
- [132] D. R. Lorimer, A. G. Lyne, L. Festin, L. Nicastro. Birth rate of millisecond pulsars[J]. Nature. 1995, **376**:393
- [133] P. J. Callanan, P. M. Garnavich, D. Koester. The mass of the neutron star in the binary millisecond pulsar PSR J1012+5307[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1998, **298**:207–211
- [134] B. A. Jacoby. Recycled pulsars[D]. Ph.D. thesis, California Institute of Technology, California, USA, 2005
- [135] T. Damour, G. Schaefer. New tests of the strong equivalence principle using binary-pulsar data[J]. Physical Review Letters. 1991, **66**:2549–2552
- [136] I. H. Stairs, A. J. Faulkner, A. G. Lyne, et al. Discovery of Three Wide-Orbit Binary Pulsars: Implications for Binary Evolution and Equivalence Principles[J]. The Astrophysical Journal. 2005, **632**:1060–1068.
[arXiv:astro-ph/0506188](#)
- [137] P. K. Seidelmann, B. A. Archinal, M. F. A’Hearn, et al. Report of the IAU/IAG Working Group on cartographic coordinates and rotational elements: 2006[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2007, **98**:155–180
- [138] B. A. Archinal, M. F. A’Hearn, E. Bowell, et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2009[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2011, **109**:101–135

- [139] B. A. Archinal, M. F. A’Hearn, A. Conrad, et al. Erratum to: Reports of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2006 & 2009[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2011, **110**:401–403
- [140] J. M. Weisberg, R. W. Romani, J. H. Taylor. Evidence for geodetic spin precession in the binary pulsar 1913 + 16[J]. *The Astrophysical Journal*. 1989, **347**:1030–1033
- [141] M. Kramer. Determination of the Geometry of the PSR B1913+16 System by Geodetic Precession[J]. *The Astrophysical Journal*. 1998, **509**:856–860. [arXiv:astro-ph/9808127](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9808127)
- [142] R. N. Manchester, M. Kramer, I. H. Stairs, et al. Observations and Modeling of Relativistic Spin Precession in PSR J1141-6545[J]. *The Astrophysical Journal*. 2010, **710**:1694–1709. [arXiv:1001.1483](https://arxiv.org/abs/1001.1483)
- [143] B. B. P. Perera, M. A. McLaughlin, M. Kramer, et al. The Evolution of PSR J0737-3039B and a Model for Relativistic Spin Precession[J]. *The Astrophysical Journal*. 2010, **721**:1193–1205. [arXiv:1008.1097](https://arxiv.org/abs/1008.1097)
- [144] J. Gil, P. Gronkowski, W. Rudnicki. Geometry of the emission region of PSR 0950+08[J]. *Astronomy and Astrophysics*. 1984, **132**:312–316
- [145] R. N. Manchester, M. Kramer, A. Possenti, et al. The Mean Pulse Profile of PSR J0737-3039A[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 2005, **621**:L49–L52. [arXiv:astro-ph/0501665](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501665)
- [146] J. P. W. Verbiest, M. Bailes, W. A. Coles, et al. Timing stability of millisecond pulsars and prospects for gravitational-wave detection[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2009, **400**:951–968. [arXiv:0908.0244](https://arxiv.org/abs/0908.0244)
- [147] L. Guillemot, T. J. Johnson, C. Venter, et al. Pulsed Gamma Rays from the Original Millisecond and Black Widow Pulsars: A Case for Caustic Radio Emission?[J]. *The Astrophysical Journal*. 2012, **744**:33. [arXiv:1110.1271](https://arxiv.org/abs/1110.1271)

- [148] T. J. Johnson. Constraints on the Emission Geometries of Gamma-ray Millisecond Pulsars Observed with the Fermi Large Area Telescope[J]. ArXiv e-prints. 2012. [arXiv:1209.4000](#)
- [149] J. P. W. Verbiest, D. R. Lorimer, M. A. McLaughlin. Lutz-Kelker bias in pulsar parallax measurements[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2010, **405**:564–572. [arXiv:1002.1213](#)
- [150] N. D. R. Bhat, J. M. Cordes, F. Camilo, D. J. Nice, D. R. Lorimer. Multi-frequency Observations of Radio Pulse Broadening and Constraints on Interstellar Electron Density Microstructure[J]. The Astrophysical Journal. 2004, **605**:759–783. [arXiv:astro-ph/0401067](#)
- [151] D. C. Backer, S. R. Kulkarni, C. Heiles, M. M. Davis, W. M. Goss. A millisecond pulsar[J]. Nature. 1982, **300**:615–618
- [152] M. Bailes, S. Johnston, J. F. Bell, et al. Discovery of Four Isolated Millisecond Pulsars[J]. The Astrophysical Journal. 1997, **481**:386–391
- [153] D. C. Backer, M. R. Dexter, A. Zepka, et al. A Programmable 36-MHz Digital Filter Bank for Radio Science[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific. 1997, **109**:61–68
- [154] A. W. Hotan, W. van Straten, R. N. Manchester. PSRCHIVE and PSRFITS: An Open Approach to Radio Pulsar Data Storage and Analysis[J]. Publications of the Astronomical Society of Australia. 2004, **21**:302–309. [arXiv:astro-ph/0404549](#)
- [155] R. D. Ferdman, R. van Haasteren, C. G. Bassa, et al. The European Pulsar Timing Array: current efforts and a LEAP toward the future[J]. Classical and Quantum Gravity. 2010, **27**(8):084014. [arXiv:1003.3405](#)
- [156] R. van Haasteren, Y. Levin, G. H. Janssen, et al. Placing limits on the stochastic gravitational-wave background using European Pulsar Timing Ar-

- ray data[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2011, **414**:3117–3128. [arXiv:1103.0576](#)
- [157] R. van Haasteren, Y. Levin, G. H. Janssen, et al. Erratum: Placing limits on the stochastic gravitational-wave background using European Pulsar Timing Array data[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2012, **425**:1597–1597
- [158] C. Brans, R. H. Dicke. Mach’s Principle and a Relativistic Theory of Gravitation[J]. *Physical Review*. 1961, **124**:925–935
- [159] R. Mentock. Lunar Ranging and Relativity Theory: What’s the Matter?[J]. *Physics Today*. 1996, **49**:88
- [160] B. Paczynski. A test of the galactic origin of gamma-ray bursts[J]. *The Astrophysical Journal*. 1990, **348**:485–494
- [161] L. Shao, N. Wex, M. Kramer. New Tests of Local Lorentz Invariance and Local Position Invariance of Gravity with Pulsars[C]. K. Rosquist (Editor), Thirteenth Marcel Grossmann Meeting: On Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theories. 2015, p. 1704–1706. [arXiv:1211.6558](#)
- [162] A. Fienga, J. Laskar, P. Kuchynka, et al. The INPOP10a planetary ephemeris and its applications in fundamental physics[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2011, **111**:363–385. [arXiv:1108.5546](#)
- [163] K. Nordtvedt. The isotropy of gravity from lunar laser ranging[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 1996, **13**:1309–1316
- [164] D. Lovelock. The Einstein Tensor and Its Generalizations[J]. *Journal of Mathematical Physics*. 1971, **12**:498–501
- [165] D. Lovelock. The Four-Dimensionality of Space and the Einstein Tensor[J]. *Journal of Mathematical Physics*. 1972, **13**:874–876

- [166] T. P. Sotiriou. Gravity and Scalar Fields[J]. ArXiv e-prints. 2014.
[arXiv:1404.2955](#)
- [167] H. Ruegg, M. Ruiz-Altaba. The Stueckelberg Field[J]. International Journal of Modern Physics A. 2004, **19**:3265–3347. [arXiv:hep-th/0304245](#)
- [168] M. Ostrogradski. Les equations differentielles[J]. Memoires de l'Academie Imperiale des Science de Saint-Petersbourg, VI. 1850, **4**:385
- [169] R. Woodard. Avoiding Dark Energy with 1/R Modifications of Gravity[C]. L. Papantonopoulos (Editor), The Invisible Universe: Dark Matter and Dark Energy. 2007, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, **720**:403.
[arXiv:astro-ph/0601672](#)
- [170] V. A. Kostelecký, S. Samuel. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory[J]. Physical Review D. 1989, **39**:683–685
- [171] V. A. Kostelecký, S. Samuel. Gravitational phenomenology in higher-dimensional theories and strings[J]. Physical Review D. 1989, **40**:1886–1903
- [172] R. Bluhm. Explicit versus Spontaneous Diffeomorphism Breaking in Gravity[J]. ArXiv e-prints. 2014. [arXiv:1401.4515](#)
- [173] F. W. Hehl, P. von der Heyde, G. D. Kerlick, J. M. Nester. General relativity with spin and torsion: Foundations and prospects[J]. Reviews of Modern Physics. 1976, **48**:393–416
- [174] J. F. Donoghue, E. Golowich, B. R. Holstein. Dynamics of the standard model[M]. Cambridge University Press, 1992
- [175] J. D. Tasson. What do we know about Lorentz invariance?[J]. Reports on Progress in Physics. 2014, **77**(6):062901. [arXiv:1403.7785](#)
- [176] R. Bluhm, N. L. Gagne, R. Potting, A. Vrublevskis. Constraints and stability in vector theories with spontaneous Lorentz violation[J]. Physical Review D. 2008, **77**(12):125007. [arXiv:0802.4071](#)

- [177] R. Bluhm, N. L. Gagne, R. Potting, A. Vrublevskis. Erratum: Constraints and stability in vector theories with spontaneous Lorentz violation [Phys. Rev. D 77, 125007 (2008)][J]. Physical Review D. 2009, **79**(2):029902
- [178] R. Bluhm, S.-H. Fung, V. A. Kostelecký. Spontaneous Lorentz and diffeomorphism violation, massive modes, and gravity[J]. Physical Review D. 2008, **77**(6):065020. [arXiv:0712.4119](#)
- [179] K. Nordtvedt. Anisotropic parametrized post-Newtonian gravitational metric field[J]. Physical Review D. 1976, **14**:1511–1517
- [180] V. A. Kostelecký, M. Mewes. Signals for Lorentz violation in electrodynamics[J]. Physical Review D. 2002, **66**(5):056005. [arXiv:hep-ph/0205211](#)
- [181] J. M. Weisberg, D. J. Nice, J. H. Taylor. Timing Measurements of the Relativistic Binary Pulsar PSR B1913+16[J]. The Astrophysical Journal. 2010, **722**:1030–1034. [arXiv:1011.0718](#)
- [182] I. H. Stairs, S. E. Thorsett, J. H. Taylor, A. Wolszczan. Studies of the Relativistic Binary Pulsar PSR B1534+12. I. Timing Analysis[J]. The Astrophysical Journal. 2002, **581**:501–508. [arXiv:astro-ph/0208357](#)
- [183] M. Kramer, I. H. Stairs, R. N. Manchester, et al. Tests of General Relativity from Timing the Double Pulsar[J]. Science. 2006, **314**:97–102. [arXiv:astro-ph/0609417](#)
- [184] B. A. Jacoby, P. B. Cameron, F. A. Jenet, et al. Measurement of Orbital Decay in the Double Neutron Star Binary PSR B2127+11C[J]. The Astrophysical Journal Letters. 2006, **644**:L113–L116. [arXiv:astro-ph/0605375](#)
- [185] R. D. Ferdman, I. H. Stairs, M. Kramer, et al. A Precise Mass Measurement of the Intermediate-Mass Binary Pulsar PSR J1802 - 2124[J]. The Astrophysical Journal. 2010, **711**:764–771. [arXiv:1002.0514](#)

- [186] J. P. W. Verbiest, M. Bailes, W. van Straten, et al. Precision Timing of PSR J0437–4715: An Accurate Pulsar Distance, a High Pulsar Mass, and a Limit on the Variation of Newton’s Gravitational Constant[J]. *The Astrophysical Journal*. 2008, **679**:675–680. [arXiv:0801.2589](#)
- [187] S. M. Kopeikin. Proper Motion of Binary Pulsars as a Source of Secular Variations of Orbital Parameters[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 1996, **467**:L93
- [188] V. M. Kaspi, J. H. Taylor, M. F. Ryba. High-precision timing of millisecond pulsars. III. Long-term monitoring of PSRs B1855+09 and B1937+21[J]. *The Astrophysical Journal*. 1994, **428**:713–728
- [189] E. Fonseca, I. H. Stairs, S. E. Thorsett. A Comprehensive Study of Relativistic Gravity Using PSR B1534+12[J]. *The Astrophysical Journal*. 2014, **787**:82. [arXiv:1402.4836](#)
- [190] M. Kramer. Probing gravitation with pulsars[C]. J. van Leeuwen, (Editor) IAU Symposium. 2013, **291**:19–26. [arXiv:1211.2457](#)
- [191] P. C. Peters. Gravitational Radiation and the Motion of Two Point Masses[J]. *Physical Review*. 1964, **136**:1224–1232
- [192] A. T. Deller, J. P. W. Verbiest, S. J. Tingay, M. Bailes. Extremely High Precision VLBI Astrometry of PSR J0437–4715 and Implications for Theories of Gravity[J]. *The Astrophysical Journal Letters*. 2008, **685**:L67–L70. [arXiv:0808.1594](#)
- [193] A. T. Deller, M. Bailes, S. J. Tingay. Implications of a VLBI Distance to the Double Pulsar J0737-3039A/B[J]. *Science*. 2009, **323**:1327–. [arXiv:0902.0996](#)
- [194] A. T. Deller, J. Boyles, D. R. Lorimer, et al. VLBI Astrometry of PSR J2222-0137: A Pulsar Distance Measured to 0.4% Accuracy[J]. *The Astrophysical Journal*. 2013, **770**:145. [arXiv:1305.4865](#)

- [195] T. Damour, G. Esposito-Farese. Tensor-multi-scalar theories of gravitation[J]. *Classical and Quantum Gravity*. 1992, **9**:2093–2176
- [196] T. Damour, G. Esposito-Farèse. Testing gravity to second post-Newtonian order: A field-theory approach[J]. *Physical Review D*. 1996, **53**:5541–5578. [arXiv:gr-qc/9506063](#)
- [197] T. Damour, G. Esposito-Farèse. Tensor-scalar gravity and binary-pulsar experiments[J]. *Physical Review D*. 1996, **54**:1474–1491. [arXiv:gr-qc/9602056](#)
- [198] T. Damour, G. Esposito-Farèse. Gravitational-wave versus binary-pulsar tests of strong-field gravity[J]. *Physical Review D*. 1998, **58**(4):042001. [arXiv:gr-qc/9803031](#)
- [199] B. Bertotti, L. Iess, P. Tortora. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft[J]. *Nature*. 2003, **425**:374–376
- [200] K. Yagi, D. Blas, N. Yunes, E. Barausse. Strong Binary Pulsar Constraints on Lorentz Violation in Gravity[J]. *Physical Review Letters*. 2014, **112**(16):161101. [arXiv:1307.6219](#)
- [201] K. Yagi, D. Blas, E. Barausse, N. Yunes. Constraints on Einstein-Éther theory and Hořava gravity from binary pulsar observations[J]. *Physical Review D*. 2014, **89**(8):084067. [arXiv:1311.7144](#)
- [202] K. S. Thorne. *Gravitational radiation*. [M], Cambridge University Press, 1987. 330–458
- [203] B. S. Sathyaprakash, B. F. Schutz. Physics, Astrophysics and Cosmology with Gravitational Waves[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2009, **12**:2. [arXiv:0903.0338](#)
- [204] E. Berti, E. Barausse, V. Cardoso, et al. Testing General Relativity with Present and Future Astrophysical Observations[J]. *ArXiv e-prints*. 2015. [arXiv:1501.07274](#)

- [205] K. J. Lee, F. A. Jenet, R. H. Price. Pulsar Timing as a Probe of Non-Einsteinian Polarizations of Gravitational Waves[J]. *The Astrophysical Journal*. 2008, **685**:1304–1319
- [206] N. Yunes, X. Siemens. Gravitational-Wave Tests of General Relativity with Ground-Based Detectors and Pulsar-Timing Arrays[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2013, **16**:9. [arXiv:1304.3473](#)
- [207] J. R. Gair, M. Vallisneri, S. L. Larson, J. G. Baker. Testing General Relativity with Low-Frequency, Space-Based Gravitational-Wave Detectors[J]. *Living Reviews in Relativity*. 2013, **16**:7. [arXiv:1212.5575](#)
- [208] J. M. Goodkind. The superconducting gravimeter[J]. *Review of Scientific Instruments*. 1999, **70**:4131–4152
- [209] S. Shiomi. Testing Gravitational Physics with Superconducting Gravimeters[J]. *Progress of Theoretical Physics Supplement*. 2008, **172**:61–70
- [210] E. F. Keane, B. Bhattacharyya, M. Kramer, et al. A Cosmic Census of Radio Pulsars with the SKA[C]. *Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array*. *Proceedings of Science*. 2014, PoS(AASKA14)040. [arXiv:1501.00056](#)
- [211] R. Smits, D. R. Lorimer, M. Kramer, et al. Pulsar science with the Five hundred metre Aperture Spherical Telescope[J]. *Astronomy and Astrophysics*. 2009, **505**:919–926. [arXiv:0908.1689](#)
- [212] D. Li, R. Nan, Z. Pan. The Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope project and its early science opportunities[C]. J. van Leeuwen, (Editor) *IAU Symposium*. 2013, **291**:325–330. [arXiv:1210.5785](#)
- [213] R. Smits, M. Kramer, B. Stappers, et al. Pulsar searches and timing with the square kilometre array[J]. *Astronomy and Astrophysics*. 2009, **493**:1161–1170. [arXiv:0811.0211](#)

- [214] R. Smits, S. J. Tingay, N. Wex, M. Kramer, B. Stappers. Prospects for accurate distance measurements of pulsars with the Square Kilometre Array: Enabling fundamental physics[J]. *Astronomy and Astrophysics*. 2011, **528**:A108. [arXiv:1101.5971](#)
- [215] K. Liu, E. F. Keane, K. J. Lee, et al. Profile-shape stability and phase-jitter analyses of millisecond pulsars[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2012, **420**:361–368. [arXiv:1110.4759](#)

个人简历

- 2010年9月——2015年7月：攻读博士学位，北京大学物理学院理论物理研究所，北京
- 2011年9月——2013年8月：访问学者，马克斯·普朗克射电天文研究所，波恩
- 2006年9月——2010年7月：攻读经济学双学位，北京大学国家发展院，北京
- 2007年9月——2010年7月：攻读学士学位，北京大学物理学院，北京
- 2009年7月——2009年8月：“筹政基金”暑期交换项目，国立清华大学天文研究所，新竹
- 2005年9月——2007年7月：攻读学士学位，北京大学信息科学技术学院电子系，北京
- 1987年1月15日：出生，浙江省余姚市

发表文章列表

- **L. Shao**, Physical Review D 90 (2014) 122009 [arXiv:1412.2320].
New pulsar limit on local Lorentz invariance violation of gravity in the standard-model extension.
- **L. Shao**, I.H. Stairs, J. Antoniadis, A.T. Deller, P.C.C. Freire, J.W.T. Hessels, G.H. Janssen, M. Kramer, J. Kunz, C. Lämmerzahl, V. Perlick, A. Possenti, S. Ransom, B.W. Stappers, W. van Straten, PoS (AASKA14) 042 [arXiv:1501.00058].
Testing gravity with pulsars in the SKA era.
- G.H. Janssen, G. Hobbs, M. McLaughlin, C.G. Bassa, A.T. Deller, M. Kramer, K.J. Lee, C.M.F. Mingarelli, P.A. Rosado, S. Sanidas, A. Sesana, **L. Shao**, I.H. Stairs, B.W. Stappers, J.P.W. Verbiest, PoS (AASKA14) 037 [arXiv:1501.00127].
Gravitational wave astronomy with the SKA.
- A. Li, J. Wang, **L. Shao**, R.-X. Xu, submitted [arXiv:1406.4994].
The amount of crustal entrainment and the type of Vela-like pulsars.
- **L. Shao**, Physical Review Letters 112 (2014) 111103 [arXiv:1402.6452].
Tests of local Lorentz invariance violation of gravity in the standard model extension with pulsars.
- **L. Shao**, N. Wex, M. Kramer, in Robert T. Jantzen, Kjell Rosquist, Remo Ruffini (eds.), Proceedings of the Thirteenth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity (World Scientific, Singapore, 2015), p. 1704 [arXiv:1211.6558].
New tests of local Lorentz invariance and local position invariance of gravity with pulsars.
- **L. Shao**, N. Wex, Classical and Quantum Gravity 30 (2013) 165020 [arXiv:1307.2637].

- New limits on the violation of local position invariance of gravity.*
- **L. Shao**, R.N. Caballero, M. Kramer, N. Wex, D.J. Champion, A. Jessner, *Classical and Quantum Gravity* 30 (2013) 165019 [arXiv:1307.2552].
- A new limit on local Lorentz invariance violation of gravity from solitary pulsars.*
- **L. Shao**, N. Wex, M. Kramer, in J. van Leeuwen (ed.), *Proceedings of the International Astronomical Union, Symposium S291 — Neutron Stars and Pulsars: Challenges and Opportunities after 80 years* (Cambridge University Press, 2013), p. 496 [arXiv:1209.5171].
- New constraints on preferred frame effects from binary pulsars.*
- **L. Shao**, N. Wex, *Classical and Quantum Gravity* 29 (2012) 215018 [arXiv:1209.4503].
- New tests of local Lorentz invariance of gravity with small-eccentricity binary pulsars.*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Frontier Science* 20 (2011) 4.
- OPERA superluminal neutrinos and evolutions of spacetime concepts (in Chinese).*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Journal of Shanxi Datong University* 27 (2011) 19.
- Quantum gravitational relic effects on low energy photons (in Chinese).*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Sci. China Ser. G* 54 (2011) 1771 [arXiv:1006.3031].
- Note on a new fundamental length scale l instead of the Newtonian constant G .*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Phys. Rev. D* 83 (2011) 127702 [arXiv:1104.4438].
- Lorentz violation induced vacuum birefringence and its astrophysical consequences.*
- H. Liu, Y. Chi, **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Europhys. Lett.* 94 (2011) 31001 [arXiv:1104.3737].
- Octet quark contents from $SU(3)$ flavor symmetry.*
- X. Zhang, **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Astropart. Phys.* 34 (2011) 840 [arXiv:1102.2613].
- Photon gas thermodynamics in doubly special relativity.*
- Z. Xiao, **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Eur. Phys. J. C* 70 (2010) 1153 [arXiv:1011.5074].
- Eikonal equation of the Lorentz-violating Maxwell theory.*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Mod. Phys. Lett. A* 25 (2010) 3251 [arXiv:1007.2269].
- Lorentz violation effects on astrophysical propagation of very high energy photons.*
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, *Phys. Rev. E* 82 (2010) 041110 [arXiv:1010.2699].
- First digit law in non-extensive statistics.*

- **L. Shao**, B.-Q. Ma, Sci. & Tech. Rev. 28 (2010) 98.
First digit law of the Nature (in Chinese).
- **L. Shao**, Y. Zhang, B.-Q. Ma, Chin. Phys. C 34 (2010) 1417 [arXiv:1008.1689].
Parton distribution functions and nuclear EMC effect in a statistical model.
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, Physica A 389 (2010) 3109 [arXiv:1005.0660].
The significant digit law in statistical physics.
- **L. Shao**, Z. Xiao, B.-Q. Ma, Astropart. Phys. 33 (2010) 312 [arXiv:0911.2276].
Lorentz violation from cosmological objects with very high energy photon emissions.
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, Astropart. Phys. 33 (2010) 255 [arXiv:1005.1702].
Empirical mantissa distributions of pulsars.
- **L. Shao**, Y.-J. Zhang, B.-Q. Ma, Phys. Lett. B 686 (2010) 136 [arXiv:1002.4747].
Sea quark contents of octet baryons.
- **L. Shao**, B.-Q. Ma, Mod. Phys. Lett. A 24 (2009) 3275 [arXiv:1004.3077].
First digit distribution of hadron full width.
- Y. Zhang, **L. Shao**, B.-Q. Ma, Nucl. Phys. A 828 (2009) 390 [arXiv:0909.0454].
Nuclear EMC effect in a statistical model.
- Y. Zhang, **L. Shao**, B.-Q. Ma, Phys. Lett. B 671 (2009) 30 [arXiv:0812.3294].
Statistical effect in the parton distribution functions of the nucleon.

致谢

在毕业论文的收尾之际，五年的时光历历在目，感激涕零之情泛滥于胸。倘若没有这么多贵人的相惜相助、相容相爱，断然不可能有我今朝的体面、与从全国最高学府中获得博士毕业的荣耀。请允我高举光阴的酒杯、斟满情愫的佳酿，用最诚挚的情怀——敬苍天、敬国邦、敬高堂、敬师友、敬爱人！

我很庆幸在博士期间能有三位风格各异的导师，让我对科学研究能够有个更加“全息”的、更加深刻的认识和理解：

- 我要感谢我的导师马伯强教授。他给我提供了博士期间在北京大学物理学院良好的科研与工作环境。更重要的是，马老师给我提供了开放的学术、交流、科研、工作的氛围——他支持我去国外一流的科研单位进修两年，资助我参加多个国内外优秀的学术会议。即使由于后来我们的科研方向与关注重点有所不同，他还是一如既往地给予我理解、宽容与帮助，一如既往地资助我的科研进展、给予我自由的科研氛围。
- 我要感谢德国波恩马克斯·普朗克射电天文研究所（Max-Planck-Institut für Radioastronomie; MPIfR）的所长 Michael Kramer。在我两年留德期间，他给我提供了优越的科研环境，并多次资助我参加高级别的学术会议。即使在我离开波恩后，Michael 还是给予非常多实质性的帮助。他支持我参与组织数十国科学家共同编写在平方公里阵列（The Square Kilometre Array; SKA）使用脉冲星检验引力理论的章节，不仅使我科学上受益匪浅，也使我的科研合作更加国际化。在 Michael 身上，处处体现着一个学科领袖的魅力，给人以积极向上、永不停息的科研奋斗精神。
- 我要感谢我在 MPIfR 的另一位导师 Norbert Wex。他是带领我进入本论文课题研究的最直接指导者。Norbert 在科学研究上的毫不马虎与精益求精的精神，不仅深深地震撼了我，更是我终身学习的楷模。在波恩的两年时间

内，我们无数次地一起深入讨论科研课题的每一个细节、进展、与前景；我们一起逐行逐句修改代码、修改文章的那些个上午、下午与傍晚，是我得益最良多的时光。与他一起合作发表的文章，他都倾注了异常多的心血。即使在他没有署名的文章中，他也投入了非常多的时间与精力来帮我讨论、修改与完善各个细节。在邀请他作为作者时，他却以“作出的贡献尚不足作为作者”为由婉拒——他的高尚的科研态度与学术作风令人敬佩不已。Norbert 的指导与帮助不仅体现在科研上；在生活上，他也总是最热心的人。在波恩的两年，他处处替我着想：帮我找房子、帮我申签证；在我钥匙丢失的时候给我打 N 个电话，收留我到他家。Norbert 还多次请我和他的其他学生一起到他家里吃饭、玩耍、煮 Raclette（拉可雷特干酪）、做披萨——Yummy! Norbert 极大程度地帮我度过了在异国他乡的困难的时刻，让我觉得波恩的生活无限美好。

北京大学物理学院天文系的徐仁新老师，也甚似我的导师。在我寻找出国交流单位倍感无助的时候，是他不遗余力地把我介绍进了波恩这支强劲的脉冲星队伍。当我在波恩的时候、以及后来从波恩回来后，他都一直是毫无私心地在背后支持我、帮助我、指导我，给我提供各种科研上与生活上的便利、促进我的科研情况的进展。徐老师还不遗余力地帮助我同国内脉冲星领域的同行间建立桥梁和联系，并积极把我引向国内相关的大型射电天文望远镜设备（如 Five-hundred-meter Aperture Spherical Telescope; FAST），给我以无形的科研资产。他对学术研究的热情、对年轻研究人员的学术与生活上的支持、和蔼可亲的待人之道，处处都体现着大学问家的风范。

我也要感谢北京大学科维理·天文与天体物理研究所的黎卓研究员与北京大学国家发展研究院的沈艳教授，是他们在申请出国交流手续繁杂、困难重重的时候非常热情地给我提供出国留学的资金担保。他们的信任与鼓励，是我前进的最大动力。我也要感谢台湾国立清华大学的 Albert Kong 教授，在百忙之中还尽心尽力地帮我写到波恩的推荐信。

除了老师，我要感谢我在科研上与生活上的众多朋友，特别是刘天博、张忻悱、杜小珍、张振韬、张俊、朱家彩、肖智、秦楠、周伶俐、迟玉洁、于赫夫、成浩、田芳、毛文娟、王哲、杨晓舟、武柏锋、刘先达、黄彦琦、刘梦云等；他们的相伴，让科研生活每天都充满笑声。还有在波恩的 John Antoniadis、Marina

Berezina、Gabriele Breuer、Ewan Barr、Nicolas Caballero、David J. Champion、C.-H. Rosie Chen、Wenping Cui、Ancor Damas、Gregory Desvignes、Fujun Du、Ralph Eatough、Paulo Freire、René Gießübel、Yan Gong、Jie Gu、Lucus Guillemot、Bo Hu、Ramesh Karuppusamy、Hans-Rainer Klöckner、Jana Köhler、Patrick Lazarus、Kejia Lee、Guang-Xing Li、Ying-Zheng Li、Kuo Liu、Lijie Liu、Oliver Lux、David Mulcahy、Cherry W. Y. Ng、Aristeidis Noutsos、Carolina Partiarroyo、Alice Pasetto、Philip Schmidt、Dominic Schnitzeler、Hui Shi、Xun Shi、Charlotte Sobey、Thomas Tauris、Pablo Torne、Yuanwei Wu、Dandan Xu、Cosmos C. Yeh、Bo Zhang、Zhi-Yu Zhang、Juanmei Zhou 等；他们都给予了我快乐时光，让我的留学生活色彩斑斓——一起亲手包的饺子、亲手做的 BBQ，是最好吃的食物。还有好多好多人，没法一一列在上面；这断然不是因为忘却，而是因为你们的名字是如此自然、跟空气一起熟悉，已然深深地印在我心里面——谨致以最诚挚的感激。

我非常感谢北京大学的博士生校长奖学金，和国家留学基金委的博士生公派项目（China Scholarship Council；CSC）。他们在为华夏大地培养接受高等教育的年轻人方面做出了实实在在的卓越贡献，切实且充分地体现了国家提倡的“实干兴邦”的理念。

我要感谢我的父母。正所谓“父母在，不远游”；而作为独生子女的我，却自私地踏上了这长达十年的异乡（甚至异国）之旅。我的父母是没有受过高等教育的农民，我的村庄流淌着的也是儿孙绕膝的孝廉之道。我很能想象，村里人偶尔的“育子无用”的谐语带给年迈父母的巨大无助感和压迫力。我很感激他们能够理解我、容忍我这些年的“不孝”；我将尽我的全部能力、尽快让生活安定下来，经常陪陪家里的老人们。我的北京大学博士毕业生的荣誉，全属于你们。

最后，我要感谢我的妻子周梦荃。这么多年来，倘若没有她的爱与宽容、相伴与体贴，所有以上的一切都只能是不可能；倘若没有她的欢声笑语，所有的一切都只能是不值得。她是我这些年所有的见证与归宿。我要感谢我的岳父岳母，把这么好的一个女孩交到了我手中、共过一生。我也要感谢我的孩子，他/她（们）为了爸爸能够顺利完成博士学业，毅然选择晚了好几年来到这个美妙的世界上。

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

论文作者签名： 日期： 年 月 日

学位论文使用授权说明

(必须装订在提交学校图书馆的印刷本)

本人完全了解北京大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，即：

- 按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；
- 学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并提供目录检索与阅览服务，在校园网上提供服务；
- 学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；
- 因某种特殊原因需要延迟发布学位论文电子版，授权学校在 一年 / 两年 / 三年以后在校园网上全文发布。

(保密论文在解密后遵守此规定)

论文作者签名： 导师签名： 日期： 年 月 日